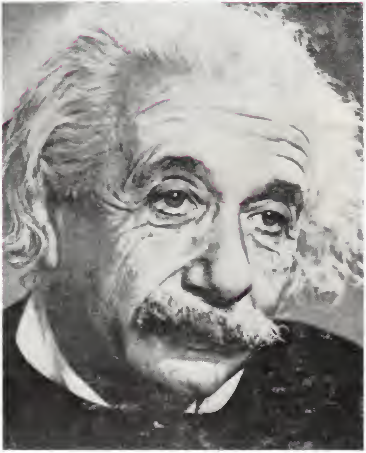
АСТРОНОМСКО ДРУШТВО "РУЂЕР БОШКОВИЋ"
БЕОГРАД • УДК 52 (05) • YU ISSN 0506 4295

ВАСИОНА

ЧАСОПИС ЗА АСТРОНОМИЈУ

ТУЛИО РЕГЕ

ЕЛЕМЕНТАРНИ КУРС ОПШТЕ ТЕОРИЈЕ РЕЛАТИВНОСТИ



Albert Ajnštajn (1879—1955) objavio je specijalnu teoriju relativnosti pre 80 godina, a nešto kasnije zasnovao i opštu teoriju relativnosti. Rezultati do kojih su došli Ajnštajn i drugi istraživači duboko su usađeni u temelje savremene fizike i astrofizike. Tim povodom objavljujemo prikaz opšte teorije relativnosti vrsnog torinskog profesora Tulia Regea.

1985 3

ГОДИНА XXXIII
КЊИГА VIII

VASIONA REVUE D'ASTRONOMIE

ANNÉE XXXIII
1985 № 3
BEOGRAD

Bulletin de la Société Astronomique „R. Bošković". Adresse: VASIONA, Narodna opservatorija, (Kalemegdan), Gornji Grad 16, 11000 Beograd, Yougoslavie

SADRŽAJ

CONTENTS

Naslov originala: An elementary course on general relativity, by Tullio Regge, CERN 83-09, 1983.

 Prevod: Vladan Čelebonović i Vera Kaun.

Насловну страну израдио Петар КУБИЧЕЛА

ВАСИОНА, часопис за астрономију, излази у 5 бројева годишње. Издаје Астрономско друштво „Руђер Бошковић", уз учешће Републичке заједнице за науку СР Србије. Адреса уредништва и администрације: 11000 Београд, Горњи град 16, Калемегдан, телефон број 011/624-605. Рукописи се не враћају. Годишња претплата НД 200, за иностранство 3 US долара. Цена појединог броја НД 60, двоброја НД 120; За иностранство 0,60 односно 1,20 долара. Претплате слати у корист жиро-рачуна број 60806-678-6639.

ВАСИОНА бр. 1985/3, година XXXIII, књига VIII, стр. 41—64, штампано августа 1985.

На основу мишљења Републичког секретаријата за културу број 413-665/74-02 од 27. XII 1974. ово издање је ослобођено пореза на промет.

Штампа: НИГРО „Привредни преглед" — Београд, Маршала Бирјузова 3—5

ВАСИОНА ЧАСОПИС ЗА АСТРОНОМИЈУ
ГОДИНА XXXIII
1985. БРОЈ 3
БЕОГРАД

UDC 530.12:531.51

ELEMENTARNI KURS OPŠTE TEORIJE RELATIVNOSTI

Tulio Rege
Institut za fiziku, Univerzitet u Torinu
Torino, Italija

UMESTO PREDGOVORA

Literatura posvećena teorijama relativnosti je, na žalost, malobrojna, i uglavnom ograničena na univerzitetske udžbenike. Specijalni broj časopisa »Vasiona« koji je pred vama rezultat je želje Astronomskog društva »Ruđer Bošković« da doprinese popunjavanju postojeće praznine.

Autor ove publikacije je profesor Univerziteta u Torinu (Italija) dr. Tulio Rege (Tullio Regge), svetski cenjen istraživač iz oblasti fizike visokih energija i kosmologije. Tekst čine beleške sa predavanja koje je prof. Rege držao 1982/83. školske godine u Evropskoj organizaciji za nuklearna istraživanja (CERN) u Ženevi. Originalno izdanje objavljeno je kao tzv. »žuti izveštaj« (yellow report) br. 83—09 CERN-a, septembra 1983. Prevod se pojavljuje zahvaljujući ljubaznoj dozvoli generalnog direktora CERN-a, prof. H. Šopera (H. Schopper) i direktora Servisa za naučne informacije (Scientific Information Service), dr. A. Gintera (A. Günter).

april 1985. *Uređivački odbor časopisa »Vasiona«*

REŽIME

Ova publikacija sadrži informativan prikaz Opšte teorije relativnosti za ne — specijaliste. U njoj nema detaljnih izlaganja tenzorskog računa, već se umesto toga koristi niz intuitivnih argumenata.

Posle kratkog istorijskog uvoda razmatra se pojam krivine, najpre u dve dimenzije u skladu sa prvim Gausovim radovima, a zatim, sledeći Rimanove ideje, u prostorima sa većim brojem dimenzija. Ovako uvedena zakrivljenost se onda povezuje sa veličinama od fizičkog interesa u sledećim koracima:

I) Razmatra se ekvivalencija inercijalne i gravitacione mase i uvodi se „slabi princip ekvivalencije”.

II) Ovo se onda proširuje na „jaki princip ekvivalencije”, u skladu sa prvobitnim Ajnštajnovim programom.

III) „Jaki princip ekvivalencije” implicira postojanje lokalnog inercijalnog posmatrača u bilo kojoj tački prostor-vremena. U dovoljno maloj oblasti prostor-vremena ovaj posmatrač neće osećati dejstvo bilo kakvog gravitacionog polja.

IV) U većoj oblasti posmatrač će osećati dejstvo plimskih sila. Ove sile se poistovećuju sa zakrivljenošću prostor-vremena, čime se postiže direktno geometrijsko objašnjenje gravitacije.

V) Na kraju, neke komponente zakrivljenosti povezuju se sa raspodelom materije pomoću Ajnštajnovih jednačina polja.

Četvrto poglavlje je posvećeno klasičnim testovima teorije i mogućnostima detektovanja gravitacionih talasa. Naredne dve glave govore o kosmologiji i mogućnostima proširivanja teorije, sa posebnim naglaskom na tehnike dimenzione redukcije, koje su u savremenoj teoriji gravitacije veoma omiljene.

1. ISTORIJSKI UVOD

Istoričari prirodnih nauka još uvek nisu rešili dilemu da li je specijalna relativnost začeta u danas čuvenom Ajnštajnovom članku iz 1905 g., ili je postojala i ranije u radovima Lorenca *(Lorentz)* i Poenkarea *(Poincaré)*. U stvari, pojam „odgovarajućih stanja" koji Lorenc koristi u svom članku iz 1904. u mnogo čemu je preteča relativističkih ideja, mada se još uvek oslanja na besmisleni pojam etra. Međutim, među istoričarima ima veoma malo dilema oko tvrdnje da je Ajnštajn skoro potpuno sam stvorio Opštu teoriju relativnosti. Isto tako, može se reći da koreni ove teorije leže u dalekosežnim geometrijskim istraživanjima G. F. Rimana *(G. F. B. Riemann)*, koji je, sa svoje strane, bio inspirisan Gausovim *(Gauss)* remek delom *„Disquistiones generales circa superficies curvas"* o diferencijalnoj geometriji zakrivljenih površina. Glavna tema u Opštoj teoriji relativnosti je ideja da prisustvo materije utiče na geometriju prostora, koji, usled toga, prestaje da bude euklidski. Ajnštajn je imao prethodnike koji su imali čudne, snažne slutnje o budućem toku razvoja nauke. Riman se jedno vreme poigravao idejom da je realni prostor zakrivljen. Poznati fizičar i fiziolog Helmholc *(H. Helmholtz*, 1821—1894.) istraživao je fizičke aspekte Rimanove teorije, i postavio je, na osnovu astronomskih posmatranja, granice moguće zakrivljenosti prostora. Geometar Kliford *(W. K. Clifford*, 1845—1879.) zamišljao je materiju kao talasanje u zakrivljenom prostoru. Mnoge njegove ideje kasnije su se ponovo pojavile u opštoj relativnosti. Svi ovi pokušaji, koliko god da su bili briljantni, bili su preuranjeni. Fizičarima je nedostajao pojam prostorno — vremenske višestrukosti, a takođe nije bila shvaćena ključna uloga elektrodinamike. Potpuno stvaranje relativističke teorije gravitacije izvršeno je tek na kraju Prvog svetskog rata.

Ajnštajn nije lako došao do krajnjih rezultata. Bile su mu potrebne godine intelektualnih lutanja dok je otkrio oblik jednačina polja. Neki od njegovih najboljih kolega i prijatelja su čak smatrali da je „skrenuo", zanet nekom neostvarljivom fantazijom. Može se predpostaviti da ga je princip ekvivalencije interesovao čak 1911. g. Kad se vratio iz Praga u Cirih, 1912. g., sreo je Marsela Grosmana *(M. Grossmann)* i počeo da proučava Gausove krivolinijske koordinate i njihova uopštenja. Preko Grosmana upoznao je apsolutni diferencijalni račun, koji su razvili italijanski matematičari Gregorio Riči i Tulio Levi — Čivita *(G. Ricci, T. Levi — Civita)*. Iz istorijskih izvora je poznato da je Luiđi Bijanki *(L. Bianchi)*, veoma uticajna ličnost među matematičarima onog doba u Italiji, bio veoma skeptičan kritičar apsolutnog diferencijalnog računa, tako da je ova matematička tehnika stekla zasluženo priznanje tek zahvaljujući razvoju teorije relativnosti. Posle niza neuspešnih pokušaja, konačna verzija teorije bila je završena 1916. g., samo godinu dana pošto je Karl Švarcšild *(K. Schwarzschild)* našao rešenje jednačina gravitacionog polja koje danas nosi njegovo ime. Spektakularnu potvrdu ispravnosti, teorija je dobila 1919. g., kada je jedna ekspedicija na Prinčevo ostrvo (Prince Island), pod vođstvom Edingtona, prilikom posmatranja pomračenja Sunca uspela da izmeri skretanje svetlosnih zraka u gravitacionom polju Sunca.

Dvadesetih godina je Opšta teorija relativnosti primenjena u kosmologiji. U svojim kasnijim godinama Ajnštajn je uzaludno pokušavao da dođe do objedinjene teorije gravitacije i elektromagnetizma. Iako je njegov rad imao velikog filozofskog i ideološkog uticaja na njegove savremenike, očigledno je bio preuranjen. Ogromni porast našeg znanja i nove teorijske ideje pokrenule su ponovo ove pokušaje.

2. PRINCIP EKVIVALENCIJE

U literaturi posvećenoj teoriji relativnosti uobičajeno je da se pravi razlika između jakog i slabog principa ekvivalencije. Slabi princip utvrđuje jednakost, do na neku trivijalnu konstantu proporcionalnosti, tzv. inercijalne i gravitacione mase tela. Inercijalna masa m_i meri se delujući na telo poznatom silom F, i mereći ubrzanje tela pomoću Njutnovog zakona: $F = m_i \times a$. Može se reći da m_i meri inertnost tela — njegovo opiranje promeni stanja kretanja. Gravitaciona masa m_g izvodi se iz Njutnovog zakona gravitacije. Privlačna sila izmedju dva tela (npr. između Zemlje, mase M i kamena mase m_g) može se izračunati iz izraza:

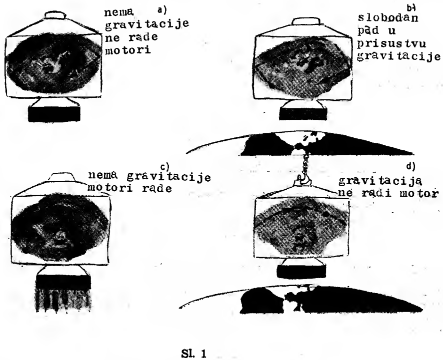
$$F = \frac{G M m_g}{r^2} \tag{1}$$

gde je G univerzalna prirodna konstanta i iznosi 6.6732×10^{-9} dyn cm^2 g^{-2}, ili $G/c^2 = 7.425 \times 10^{-29}$ cm g^{-1}. Eksperimenti pokazuju da je $m_i = k\, m_g$, gde je k univerzalna konstanta, za koju se može uzeti da je jednaka 1. Usled toga, gravitaciono ubrzanje je nezavisno od tela na koje deluje; ne uzimajući u obzir trenje vazduha tela različite prirode koja slobodno padaju kretaće se po putanjama istog oblika.

Svesni smo da je sve ovo bilo poznato još Galileju. Popularni prikazi ovog otkrića često se pozivaju na eksperimente koje je Galilej vršio na krivom tornju u Pizi u Italiji. Moderni istoričari nauke su sumnjičavi prema ovoj priči; smatraju da je Galilej do svojih otkrića došao analizirajući kretanje drvenih kuglica niz strme ravni. Međutim, eksperimenti sa klatnom takođe sadrže mnogo informacija o kretanju u gravitacionom polju. Nešto posle Galileja, Hajgens *(Huygens)* i Njutn *(Newton)* su se takođe interesovali za čudnu jednakost inercijalne i gravitacione mase. Moderna istraživanja ovog fenomena započeo je tek mađarski baron Etveš *(Eötvös)*, krajem prošlog i početkom našeg veka. Njegovi eksperimenti su pokazali da je odnos inercijalne i gravitacione mase jednak jedinici sa tačnošću od 10^{-9}. U kasnijim eksperimentima, vršenim sedamdesetih godina našeg veka u Prinstonu (Princeton) u SAD (ali i u Moskvi — prim. prev), dostignuta je tačnost od 10^{-12}.

Lako je moguće da je Etveš precenio tačnost svojih merenja. Često se navodi da je samo prisustvo njegovog tela u laboratoriji moglo da u eksperimentalne rezultate unese grešku jednaku onoj koju on navodi kao krajnju tačnost celog eksperimenta.

Ajnštajn je smatrao da je pojava slabe ekvivalencije veoma uzbudljiva i proširio ju je u veliki princip čitave fizike. Polazna tačka njegovih razmatranja bio je, danas čuveni, misaoni eksperiment sa liftom (sl. 1). Lift je u stvari laboratorija konačne veličine u kojoj se nalazi fizičar



Sl. 1

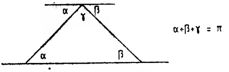
sa svim instrumentima koji su mu potrebni. Eksperiment se odvija u četiri etape. U prvom koraku lift se nalazi u kosmičkom prostoru, dovoljno daleko od bilo kakvog nebeskog tela, i kreće se ravnomerno. Inercijalni posmatrač može da proveri da se slobodna tela kreću ravnomerno pravolinijski i da nemaju ubrzanje. U idućem koraku, lift se postavlja u gravitaciono polje i pušta da slobodno pada. Pošto je gravitaciono ubrzanje, prema principu ekvivalencije, isto za sva tela, uključujući zidove lifta, posmatrač koji se nalazi u liftu nema načina da novonastalu situaciju razlikuje od prethodne. Naravno, predpostavlja se da on svoje zaključke donosi analizom rezultata eksperimenata koje vrši u liftu, a **NE** gledajući kroz prozor.

U trećoj fazi eksperimenta lift se ponovo dovodi u prazan kosmički prostor, daleko od bilo kakvog nebeskog tela, i počinje da se kreće sa konstantnim ubrzanjem, pod dejstvom raketnih motora. Sva tela u liftu počeće da se kreću jednako ubrzano, pri čemu će njihovo ubrzanje biti jednako po intenzitetu ali suprotno usmereno u odnosu na ubrzanje lifta. Ako zatim postavimo lift u gravitaciono polje sa gravitacionim ubrzanjem jednakim malopređašnjem ubrzanju lifta, posmatrač u liftu neće imati načina da kretanje tela u ovom eksperimentu razlikuje od načina na koji su se tela u liftu kretala u prethodnoj fazi eksperimenta. Kao što ćemo videti, ovaj rezultat nije potpuno tačan i u stvari važi samo za beskonačno male liftove.

Uprkos tome, rezultat do koga smo došli je začuđujući i pokazuje izvestan stepen ekvivalencije između inercije i gravitacije; posmatrano sa lokalne tačke gledišta ove dve pojave su ekvivalentne. Strogo govoreći, ekvivalencija između prvog i drugog (označeni sa a i b), odnosno između trećeg i četvrtog lifta (obeleženi sa c i d) važi samo u slučaju malih ubrzanja i brzina pri kojima važi nerelativistička mehanika. Ajnštajn je ovaj stav proširio u veliki manifest fizike, proširivši oblast njegovog važenja daleko van granica oblasti u kojoj je dokazan. Uveo je zahtev za postojanjem lokalnog referentnog sistema takvog da bi se u bilo kakvom gravitacionom polju ovaj sistem vezan za lift koji slobodno pada pretvorio u inercijalni sistem. U unutrašnjosti lifta zakoni fizike bi bili isti kao u specijalnoj teoriji relativnosti, za bilo koje polje i bilo koji oblik materije. Ovo tvrđenje se u literaturi naziva *jakim principom ekvivalencije.*

Da bi se ovo utvrđenje moglo primeniti u praksi, moraju se u liftu koji slobodno pada uvesti prostorne i vremenske koordinate. Međutim, pre toga se mora uvesti pojam zakrivljenosti. U tom cilju vratićemo se za trenutak Euklidu i njegovom sistemu aksioma. Čuveni jedanaesti aksiom kaže da postoji prava paralelna pravoj koja prolazi kroz datu tačku. Ako, koristeći ovaj aksiom, povučemo pravu paralelnu jednoj stranici trougla kroz naspramno teme (sl. 2), dokazaćemo poznatu i na izgled trivijalnu teoremu po kojoj zbir unutrašnjih uglova u trouglu iznosi tačno pi. Sfera i pseudosfera Lobačevskog imaju mnoge zajedničke osobine sa Euklidovom ravni, ali *ne* i 11. aksiom, pa se usled toga ova teorema mora izmeniti.

Jednostavnosti radi, opisaću je najpre za slučaj sfere radijusa R. Ovde se ravanski trougao zamenjuje sfernim čije su stranice lukovi velikih krugova ili *geodezijske linije.* Najkraće rastojanje između dveju tačaka na sferi je uvek luk velikog kruga; ovi lukovi se pojavljuju kao odgovarajuća uopštenja pravih linija i imaju mnoge zajedničke osobine.



Sl. 2

Neka su α, β i γ unutrašnji uglovi generičkog sfernog trougla; može se dokazati da će za njihov zbir važiti formula:

$$\alpha + \beta + \gamma - \pi = \frac{A}{R^2} \tag{2}$$

gde je sa A označena površina trougla. Na primer, oktant je definisan sa $\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$, dok mu je površina $\pi R^2/2$. Na površini Zemlje, oktant je približno definisan Severnim polom i gradovima Kuito *(Quito)* u Ekvadoru i Librvil *(Libreville)* u Kongu (sl. 3). Poznati rezultat Euklidove geometrije može se jednostavno izvesti iz izraza (2) ako se pusti da vrednost poluprečnika sfere teži beskonačnosti pri stalnoj površini trougla. Pomenuta formula se može napisati i na sledeći način:

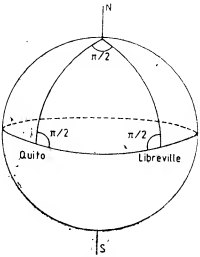
$$K = \frac{1}{R^2} = \frac{\alpha + \beta + \gamma - \pi}{A} \tag{3}$$

Odavde se vidi da nam merenje unutrašnjih uglova i površine generičkog trougla na sferi omogućava određivanje poluprečnika sfere. Interesantno je da, iako trougao proizvoljno biramo, rezultat ipak ima opšte značenje — vrednost poluprečnika sfere. Ova veličina pretstavlja pogodan parametar za opisivanje narušenja Euklidovog 11. aksioma. Na pseudosferi moramo zameniti $1/R^2$ sa $-1/R^2$ (sl. 4). Uopšteno govoreći, na površi proizvoljnog oblika može se definisati granična vrednost:

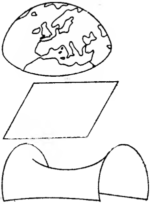
$$K(x) = \lim_{A \to 0} \frac{\alpha + \beta + \gamma - \pi}{A} \tag{4}$$

U gornjem izrazu uglovi i površina se odnose na generički geodezijski trougao na površi. Veličina $K(x)$ zavisi od položaja na površi i naziva se Gausova krivina. Vrednost zakrivljenosti se ne menja ako se površ savije na proizvoljan način ali bez gužvanja ili istezanja.

Definicija veličine K, koju smo ranije naveli, daje brojnu vrednost koja je zavisna samo od geometrijskih osobina površi. To znači da se geometrijske osobine površi mogu, lokalno, opisati samo jednim parametrom — vrednošću veličine K. Ravni, kupe, cilindri kao i sve druge površi koje se mogu razviti imaju $K = O$; one su, lokalno, iste površi. Crtež neke površi, na primer površine Zemlje, biće veran stvarnosti samo ako je vrednost K mala; za generičko $K = 1/R^2$ mapa će biti uspešna jedino u slučaju ako je oblast koju crtamo mnogo manja od radijusa krivine R.



Sl. 3.



Sl. 4.

Vidimo da se čak i u prisustvu zakrivljenosti možemo ograničiti na posmatranje dovoljno malih oblasti u kojima Euklidova geometrija i dalje približno važi. Jednačine (3) i (4) možemo transformisati na još jedan koristan način. Zamislimo da smo na Severni pol postavili top. Pomerajmo ga duž površine Zemlje vodeći pri tome računa da top stalno ostane „paralelan" sam sebi, i da se stalno nalazi u tangentnoj ravni na površinu Zemlje u tački gde se trenutno nalazi. Pod „paralelnim" podrazumevamo da ugao između cevi i postolja topa ostaje nepromenljiv. Ako izvedete opisano pomeranje u trouglu Severni pol — Kuito — Librvil (slika 3), ustanovićete da se vaš top vratio na Severni pol okrenut za ugao $\pi/2$. Ovaj rezultat, iako je dobijen na jednostavnom primeru, imao opštu važnost i lako se može preneti u prostore sa većim brojem dimenzija.

U slučaju n dimenzija (n je proizvoljan ali konačan broj), izdvojićemo jedan n — dimenzioni vektor i paralelno ga preneti po malo zatvorenoj putanji proizvoljnog oblika koja zatvara neku površinu A. Pri povratku u početni položaj naš vektor će biti izmenjen usled dejstva neke n — dimenzione rotacije, ili, u slučaju prostora Minkovskog, neke Lorencove transformacije. Ako podelimo iznos promene vektora sa vrednošću površine koju zatvara uočena putanja dobićemo ovu karakteristiku zakrivljenosti površine, koja uopštava pojam K. Ovako uvedena karakteristika zakrivljenosti zavisiće od odabranog vektora i orijentacije površi A, pa se, usled toga, moraju uvesti dodatni indeksi za njeno matematičko opisivanje. Iz istorijskih razloga ovaj parametar se označava sa $\underset{\sim}{R}$, a promena vektora pri paralelnom prenost data je, u opštem slučaju, izrazom:

$$\delta V^{\mu} = \underset{\sim}{R}{}^{\mu}{}_{\lambda,\sigma\rho} A^{\sigma\rho} V^{\lambda} \tag{5}$$

$$\mu, \lambda, \sigma, \rho = 1, \ldots 4$$

U poslednjoj formuli σ i ρ su indeksi koji označavaju element površine $A^{\sigma\rho}$, μ i λ označavaju generičke komponente vektora, dok je sa $R^{\mu}_{\lambda,\sigma\rho}$ obeležen Rimanov tenzor u n — dimenzionom prostoru. Ilustracije radi, navedimo da postoji svega 20 nezavisnih komponenata Rima-

novog tenzora u 4 dimenzije. One se dele na 10 kratko i 10 dugo — dometnih (razlozi za ovu podelu biće objašnjeni kasnije). Kada su komponente Rimanovog tenzora poznate, poznat nam je i oblik četvoro — dimenzionog prostora, koji, u nekim slučajevima može da bude veoma kompllkovan. Zakrivljenost se može menjati od tačke do tačke, a takodje može da bude zavisna i od orijentacije površi na kojoj se meri. Rimanov tenzor i K imaju dimenzije recipročnih površina.

Na osnovu poznavanja ove vrednosti možemo da odredimo „veličinu" oblasti u kojoj ima smisla koristiti Euklidovu geometriju. Dozvolite mi da privremeno napustim Rimana i njegov tenzor i vratim se Ajnštajnu i njegovom liftu. Da je Ajnštajn doživeo da vidi Gagarinov let i ljude na Mesecu, sigurno je da bi koristio njihove svemirske brodove umesto liftova. I zaista, u svemirskom brodu koji se kreće oko Zemlje su skoro savršeno ispunjeni uslovi koji se pominju u principu ekvivalencije. Moglo bi se postaviti pitanje zašto su ovi uslovi ispunjeni „skoro" a ne „potpuno". Ako se svemirski brod kreće po kružnoj orbiti (npr. oko Zemlje), gravitaciona i centrifugalna sila su u ravnoteži, što se izražava jednostavnom jednačinom:

$$\frac{GM}{r^2} = \omega^2 r \tag{6}$$

Međutim, ovi uslovi ravnoteže ispunjeni su jedino u centru mase svemirskog broda. U blizini zida koji je bliži centru Zemlje privlačna sila je jača, a centrifugalna slabija; obrnut odnos važi u blizini suprotnog zida. Ako svemirski brod ima linearne dimenzije l, rezidualno ubrzanje, izazvano opisanim razlikama u intenzitetima gravitacione i centrifugalne sile, iznosiće približno $3\,lGM/r^3$.

Koeficijent GM/r^3 ima dimenzije s^{-2}; ako ga podelimo sa c^2 (c — brzina svetlosti) dobićemo veličinu koja ima dimenzije recipročne površine. Ako bi se površina svemirskog broda približila ovoj vrednosti, rezidualna ubrzanja bi prestala da budu slaba; neko probno telo bi pod njihovim uticajem dostiglo brzinu svetlosti u unutrašnjosti svemirskog broda. Pošto se tela koja imaju masu ne mogu kretati brzinom svetlosti, to znači da površina mora biti mnogo veća od površine svemirskog broda. U slučaju kretanja Zemlje oko Sunca, jednostavno se za vrednost kvadratnog korena ove površine dobija vrednost reda 10^8 km, što je reda veličine poluprečnika orbite Zemlje. Trebalo bi da je na osnovu dosadašnjih razmatranja jasno da su rezidualna ubrzanja u sunčevom gravitacionom polju odgovorna za plime na Zemlji, posmatranoj kao svemirski brod koji kruži oko Sunca. Začuđujuće je da se i plimske sile i zakriljenost mere u istim jedinicama, cm^{-2}, i da obe ove veličine kontrolišu na isti način veličinu oblasti (svemirskog broda) u u kojoj važi Euklidova geometrija.

U daljem izlaganju ćemo predpostavljati da su rezidualne plimske sile direktno povezane sa zakrivljenošću. Ova zakrivljenost je veoma mala, i praktično nema nikakvog efekta na geometriju u svakodnevnom životu. Međutim, povezanost po kojoj je *zakrivljenost = plimska sila,* ima veoma dubok značaj. Zahvaljujući njoj geometrija i fizika dolaze u kontakt na potpuno nov i neočekivan način. Prihvatajući ovo mišljenje, moramo zamisliti prostor kao blago zakrivljen; u njemu je moguće napraviti lokalno inercijalni sistem, ali se on nikada ne može proširiti na celo gravitaciono polje.

Zamislimo da se na orbitama oko Zemlje, blizu jedan drugom, nalaze dva svemirska broda. Ako njihove daljine od centra Zemlje nisu iste, kretaće se sa različitim periodama i imaće neko ubrzanje jedan u odnosu na drugog. To znači da ne možemo spojiti dva broda u jedan i naći Lorencovu transformaciju koja povezuje njihove inercijalne sisteme.

Lokalne koordinate i inercijalni sistemi svakog od brodova su ubrzani jedni u odnosu na druge, što znači da su *nelinearni u vremenu,* pa usled toga i u prostornim koordinatama. Pokušavajući da opišemo gravitaciono polje u globalu, moramo biti spremni da prihvatimo i nelinearne transformacije koordinata (tzv. *generičke skupove koordinata).* Prihvatanje ove nelinearnosti je veoma pogodilo Ajnštajna, koji se sa tom idejom i njenim posledicama borio nekoliko godina. U stvari, ako postoji zakrivljenost, ne postoje Dekartove koordinate. Kako možemo uspostaviti pravougli koordinatni sistem na površini krompira? Na sličan problem nailazi se i u zakrivljenom prostor-vremenu. Ne postoji mogućnost za „kraljevski" izbor koordinata (kraljevski — misli se na globalno inercijalni koordinatni sistem, prim. prev.); usled toga moramo formulisati teoriju tako da izgleda podjednako dobro u svim lošim koordinatnim sistemima. To znači da moramo uzeti u razmatranje generičke referentne sisteme koji nisu fizički ostvarljivi pomoću inercijalnih posmatrača, već su povezani i sa ubrzanim posmatračima.

Naravno, postavlja se pitanje matematičkog aparata koji će nam omogućiti da dođemo do željenog oblika teorije. Potrebni formalizam postoji i poznat je pod nazivom *„apsolutni diferencijalni račun"*. U ovom izlaganju se nećemo upuštati u objašnjavanje detalja ove matematičke teorije. Mnogi fizičari i matematičari smatraju da je apsolutni diferencijalni račun veoma težak; u Ajnštajnovo vreme ovaj postupak je smatran za vrhunski domet ljudske apstraktne misli. Po mom

mišljenju, apsolutni diferencijalni račun je isto tako težak i privlačan kao i FORTRAN (jedan od jezika koji se koriste u programiranju, prim. prev.). Kao i u slučaju FORTRAN-a, postoje zaljubljenici u apsolutne izvode. Želeo bih da ukratko opišem glavnu teškoću u čijem je prevazilaženju iskorišćen apsolutni diferencijalni račun. Fizičarima je često potrebno da računaju izvode vektora. Oni to rade izračunavajući promenu komponenata vektora, i deleći je sa promenom koordinata. „Konstantno" vektorsko polje ima konstantne komponente. Ovaj iskaz, međutim, ne važi u generičkim koordinatama.

Jednostavan primer kojim se može dokazati tačnost poslednje rečenice je slučaj polarnih koordinata. Vektor koji ima konstantnu radijalnu komponentu u opštem slučaju nije stalnog intenziteta, pošto njegova komponenta može biti promenljiva. To znači da pri svim izračunavanjima u kojima figurišu promene komponenata vektora, moramo uzeti u obzir dva moguća izvora ovih promena. Jedan od njih, naravno, predstavlja stvarna promena komponenata vektora; drugi izvor promena predstavlja promena uglova između lokalnih koordinatnih osa (preciznije rečeno promena uglova između osa lokalno inercijalnog koordinatnog sistema, čiji je koordinatni početak u početnoj tački razmatranog vektora — prim. prev), kao i postepena promena razmere koordinatnog sistema (misli se na promenu vrednosti jedinica mere na pojedinim koordinatnim osama — prim. prev.). Apsolutni diferencijalni račun nas uči kako treba uzeti u obzir drugi pomenuti uticaj na komponente vektora, kako bi se dobila njihova stvarna promena. Ako je prisutna Rimanova zakrivljenost, nije moguće uspostaviti koordinatni sistem koji bi bio globalno euklidski.

Želeo bih da potsetim da i paralelni transport vektora duž zatvorene putanje (pomeranje vektora pri kome se njegova početna tačka pomera po zatvorenoj krivoj a vektor zadržava početni pravac — prim. prev.) dovodi do promene vektora; drugim rečima, ako treba vektor pomeriti iz jedne u drugu tačku, rezultat zavisi od putanje koju odaberemo; strogo rečeno, paralelni prenos nije integrabilan. Ono što sam rekao za vektor, važi i za generički sistem; paralelni prenos štapa ili nekog drugog objekta daje ponovo isti objekat na koji je delovala Lorencova transformacija zavisna od površine koju obuhvata zatvorena putanja duž koje je pomeranje izvršeno. Mada ovaj iskaz zvuči komplikovano, njegov fizički rezultat će biti početni objekat. Ovi efekti su u gravitacionom polju Zemlje veoma mali; impliciraju uglove rotacije reda veličine $(l/R)^2$.

Zapazimo, na kraju, da je približna vrednost koju smo dobili za Rimanov tenzor, $GM/c^2 r^3$, u stvari skup drugih izvoda običnog gravitacionog potencijala; oni nisu međusobno nezavisni zbog važenja Poasonove jednačine u vakuumu. To znači da postoji neka kombinacija komponenata Rimanovog tenzora koja je kratko-dometna, tj. srazmerna lokalnoj gustini materije.

3. JEDNAČINE POLJA I GRAVITACIONI POTENCIJAL

Iz prethodna dva poglavlja jasno je da se može očekivati da postoji neka povezanost između zakrivljenosti prostora i raspodele materije. Kao što osobine prostora utiču na ponašanje materije, očekujemo da je i geometrija prostora određena raspodelom materije. Na primer, ostatak zvezde koja je kolapsirala u crnu rupu ima veliku gustinu (osobina materije), koja dovodi do velike zakrivljenosti prostora u blizini crne rupe i time utiče na kretanje materije u njenoj blizini. Detalji veze rasporeda materije i osobina prostora još uvek su predmet naučnih diskusija.

Po mišljenju Ernesta Maha *(E. Mach)* koji je, u nekim trenucima jako uticao na Ajnštajna, inercija nekog tela je posledica dejstva na to telo gravitacionog polja koje potiče od svih ostalih tela u Vasioni. Apsolutni prostor ne postoji; postoje samo materijalna tela, a geometrija koju koristimo u svakodnevnom životu je pogodan postupak za razmatranje osobina tela koja su dostupna našem saznanju. U stvari, može se pokazati da u Opštoj teoriji relativnosti inercija tela zavisi, donekle, od rasporeda masa u Svemiru. Isto tako, tačno je da prostor ne isčezava iz teorije, već igra ulogu gravitacionog polja. Jednačine polja koje povezuju Rimanov tenzor sa rasporedom materije su drugog reda po gravitacionom polju (u njima figurišu drugi izvodi gravitacionog potencijala), i moraju se dopuniti odgovarajućim graničnim uslovima (pri rešavanju bilo kakve diferencijalne jednačine zadaju se i granični uslovi, u obliku zahteva da rešenje prolazi kroz neku zadatu tačku.).

Ove jednačine se mogu napisati u obliku:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \; R = \frac{8 \pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{7}$$

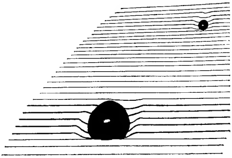
gde je tzv. *kontrahovani Rimanov tenzor* $R_{\mu\nu}$ zavisan od tenzora $T_{\mu\nu}$ koji opisuje raspodelu energije i impulsa materije u prostoru. Ako, za trenutak zanemarimo indekse, gornja jednačina se može napisati u obliku:

$$R \approx \frac{G}{c^2} \rho$$

u kome zakrivljenost R ima dimenzije (površina)$^{-2}$, tako da veličina ρ zaista ima dimenzije gustine materije. Proces računanja teče sledećim redom: najpre se odrede kratko-dometne komponente, zatim se reše jednačine polja i na osnovu dobijenih rešenja odredi oblik prostora, a na kraju se izračunavaju dugo-dometne komponente. One su, približno, reda veličine $GM/c^2 r^3$, gde je sa M označena masa tela koje je izvor gravitacionog polja, a sa r rastojanje od njega. U opštem slučaju, tenzor T će imati 10 komponenata koje opisuju kretanje materije, i sadrže više informacija nego uobičajena gustina kojom se u klasičnoj fizici opisuje raspodela materije. Sa ove tačke gledišta, klasična teorija gravitacije je analogna elektrostatici, dok Opšta teorija relativnosti liči na Maksvelovu elektrodinamiku.

Ako bi bilo moguće posmatrati nebeska tela koja se kreću brzinom bliskom brzini svetlosti, uočili bi da se pojavljuju nove sile koje imaju ulogu Lorencove sile, poznate iz elektrodinamike, kao i „magnetnih" komponenti gravitacionog polja. Ovu analogiju ne treba shvatiti previše ozbiljno. Foton je neutralna čestica, što znači da ne može biti izvor drugih fotona. Sa druge strane, sve što ima energiju i impuls izvor je gravitacionog polja; to znači da gravitoni, kvanti gravitacionog polja koje teorija predviđa, ali još nisu eksperimentalno otkriveni, mogu da stvaraju druga gravitaciona polja. Ova osobina gravitona dovodi, matematički posmatrano, do nelinearnosti jednačina gravitacionog polja, koje se usled toga veoma teško rešavaju.

Edington je imao veoma jednostavan način za ilustrovanje međusobnog delovanja prostora i materije. Predstavimo, po njegovoj ideji, prostor kao čvrsto zategnutu, ravnu, elastičnu površ Negde na ovu površ postavimo tešku čeličnu kuglu, koja u našem misaonom eksperimentu predstavlja analogon zvezde. Ako, zatim, postavimo drugu kuglu u blizini prve, uočićemo da obe kugle teže da se otkotrljaju u ulegnuća koja stvaraju u površi na kojoj se nalaze. Na taj način, elastična površ na koju smo postavili kugle stvara dugo-dometnu silu između njih; u našoj analogiji, ova sila je slična gravitaciji. Iako je opisani ogled veoma ilustrativan, jasno je da nam je za bolje razumevanje gravitacionog polja neophodna diskusija metričkih osobina prostora.



Najlakši način za otpočinjanje ove diskusije predstavlja analiza tzv. principa dejstva iz specijalne teorije relativnosti, i pokušaj njegovog uopštavanja tako da obuhvati i gravitaciono polje (dejstvo je teorijski uvedena veličina, zavisna od energije posmatrane čestice, i veoma je pogodna za različite analize u mehanici i teoriji polja; sva prirodna kretanja se vrše po putanjama kojima odgovara najmanje moguće dejstvo — to je tzv. princip dejstva). U svojoj najjednostavnijoj formi, princip najmanjeg dejstva za slobodnu česticu tvrdi da će se ona kretati samo po putanjama kojima odgovara minimum integrala:

$$S = \int_1^2 \frac{1}{2} mv^2 \, dt$$

U prostoru Minkovskog gornji izraz za dejstvo zamenjuje se sa

$$S = -mc^2 \int_1^2 dt \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \tag{9}$$

što se jednostavno može svesti na oblik (8). Pri variranju dejstva (tj. traženju uslova pri kojima će ono biti najmanje) član $-mc^2$ se ne uzima u obzir, pošto je za datu vrstu čestica konstantan.

Ako čestica nije slobodna, već se kreće u gravitacionom polju potencijala $\Phi(x)$, dejstvo će biti:

$$S = \int_1^2 \left[\frac{1}{2} mv^2 - m\,\Phi(x)\right] dt \tag{10}$$

Postavlja se pitanje kako generalisati gornji izraz na slučaj relativističkog kretanja. To se može postići jednostavnim transformacijama, u koje se nećemo upuštati, a kojima se (10) prevodi u oblik:

$$S = -mc^2 \int_1^2 dt \sqrt{1 + \left(\frac{2\,\Phi}{c^2}\right) - \beta^2} \tag{11}$$

gde je sa β označen odnos brzine kretanja čestice i brzine svetlosti. Poznato je iz specijalne teorije relativnosti da izraz $dt^2\,(1 - \beta^2)$ predstavlja invarijantni interval sopstvenog vremena u prostoru Minkovskog:

$$c^2\, d\tau = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2\, dt^2 - dr^2 \tag{12}$$

Dejstvo zadato izrazom (11) može se, pomoću (12), shvatiti kao da u njemu figuriše interval sopstvenog vremena koji je oblika:

$$c^2\, d\tau^2 = c^2 \left[1 + \frac{2\,\Phi(x)}{c^2}\right] dt^2 - dr^2 \tag{13}$$

i koji je takođe minimalan (setite se znaka „—" u jednačini (9)) za rešenja koja odgovaraju jednačinama kretanja.

Moglo bi se reći, što nije uobičajeno, da poslednja jednačina sadrži *promenljivu* brzinu svetlosti, koja zavisi od gravitacionog potencijala mesta na kome se meri, i zadata je izrazom:

$$c^2(x) = c^2 \left[1 + \frac{2\,\Phi(x)}{c^2}\right] \tag{14}$$

Na sličan način može se uvesti i indeks prelamanja:

$$n(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\,\Phi(x)}{c^2}}} \tag{15}$$

Lako se može zaključiti da je indeks prelamanja veći u dolinama a manji na vrhovima planina. Svetlost se kreće brže u vakuumu nego kroz atmosferu. Kada bi brzina svetlosti svuda bila promenjena za faktor 2, razliku ne bi niko primetio; svi standardni časovnici bi se promenili na isti način, usled toga bi se promenila i dužina vremenskog etalona, pa se razlika ne bi ni na koji način mogla uočiti.

Kada bi, međutim, brzina svetlosti zaista bila funkcija mesta na kome se vrši merenje, neki efekat bi se sigurno mogao uočiti, Faktor $(1 + 2\,\Phi/c^2)$ u jednačini (13) ima ulogu promenljivog indeksa prelamanja. Ako se, za trenutak prebacimo na razmatranje geometrije, videćemo da pomenuti faktor ima sličnu funkciju kao činilac $\sin\theta$ u izrazu za daljinu između dve beskonačno bliske tačke na sferi, napisanom u polarnim koordinatama:

$$(ds)^2 = (d\,\theta)^2 + (\sin\theta)^2\,(d\,\varphi)^2 \tag{16}$$

Veličina ds, definisana gornjom jednačinom, predstavlja rastojanje između tačaka na sferi čije su koordinate θ, φ i $\theta + d\theta$, $\varphi + d\varphi$, (fizički posmatrano, ovi uglovi su analogoni geografske širine i dužine). Jasno je da ista promena ugla φ ne odgovara istoj promeni položaja na ekvatoru, gde jednom stepenu odgovara oko 111 km, i na polovima, gde je faktor korespondencije nula. Zaista prevaljenu udaljenost dobićemo množeći „metričkim" faktorom $\sin\theta$. U jednačini (13), faktor $(1 + 2\,\Phi(x)/c^2)$ igra istu ulogu; pomoću njega pretvaraju se promene u vremenskoj koordinati t u zaista protekle intervale sopstvenog vremena.

Ne možemo koristiti proteklo vreme kao koordinatu, pošto njegova brzina proticanja nije ista u svim tačkama, pa usled toga ne bi bilo moguće sinhronizovati časovnike koji bi pokazivali ovo vreme (označeno sa τ u jednačini (13) a nalazili bi se na različitim položajima. Usled toga moramo koristiti „opšte vreme", označeno sa t u izrazu (13), pri komunikaciji između različitih posmatrača. Promenljiva brzina svetlosti uočava se samo ako koristimo veličinu t.

Princip ekvivalencije nam kaže da nećemo videti ovaj efekat ako se ograničimo na dovoljno malu oblast prostora i u njoj koristimo lokalno inercijalni koordinatni sistem. Na Zemlji, indeks prelamanja se razlikuje od 1 za svega jedan hiljaditi deo milionitog dela i iznosi $1 - R/r$, gde je $R = 2\,MG/c^2$ tzv. *Švarcšildov radijus* za telo mase M. Na primer, za Zemlju je $R = 0.88$ cm, dok je za Sunce $R = 3$ km (približno). Na drugi način, R/r se može shvatiti kao veličina analogna ranije uvedenom količniku β^2, primenjena na brzinu bekstva sa datog nebeskog tela. Ako se brzina bekstva (a to je brzina koju čestica mora imati da bi mogla da napusti dato nebesko telo) približava brzini svetlosti, indeks prelamanja teži ka beskonačnosti, i dolazi do fenomena totalne refleksije svetlosti, pa po analogiji i bilo kom materijalnom telu, postaje sve teže da napusti dato nebesko lelo. Markiz Laplas, poznati francuski naučnik iz XVIII veka, smatrao je da bi telo sfernog obrika, a gustine vode, moglo da zadrži svetlost (tj. svetlost ne bi mogla da ga napusti) ako bi njegov tadijus iznosio oko 10^9 km. Ova vrednost poluprečnika odgovara telu za koje je $R/r = 1$. Takva tela poznata su pod nazivom *crne rupe*. U unutrašnjosti crne rupe zakrivljenost, data izrazom $R = G\rho/c^2$, bila bi reda veličine $1/r^2$, gde je r poluprečnik tela. Ova vrednost zakrivljenosti ukazuje na velika odstupanja od Euklidove geometrije. Sledeći misaoni eksperiment veoma dobro osvetljava čudne fenomene različitih standarda vremena. Zamislimo da smo konstruisali mašinu tipa perpetuum mobile čija cev formira vertikalnu petlju, (vidi sl. 5).

Cev je napunjena tečnošću čiji atomi mogu da se nalaze u osnovnom ili pobuđenom stanju; energija pobuđenja iznosi E. Tečnost se penje kroz levu, a kreće se na dole kroz desnu cev (vidi sliku). Atomi koji se penju su u osnovnom, a oni koji silaze u pobuđenom stanju. Kada stignu na dno, pobuđeni atomi emituju fotone, koje ponovo apsorbuju kada dođu do najviše tačke na svojoj putanji. To znači da je fluid koji silazi teži od onog koji se penje. Pri svakom punom krugu tečnosti oslobađa se energija reda veličine Egh/c^2, gde je sa g označeno gravitaciono ubrzanje, a sa h visina našeg aparata. Međutim, proces će se odvijati na opisani način jedino ako emitovani i apsorbovani fotoni imaju iste energije. U stvari, krećući se u gravitacionom polju foton mora izgubiti energiju Egh/c^2, pošto bi u suprotnom bio narušen zakon održanja energije. Odnos emitovane i apsorbovane frekvence biće:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\nu_{emit}}{\nu_{abs}} = \frac{n_1}{n_2} = \left(1 + \frac{2\,\Phi_2}{c^2}\right)^{1/2} \Big/ \left(1 + \frac{2\,\Phi_1}{c^2}\right)^{1/2} \tag{17}$$

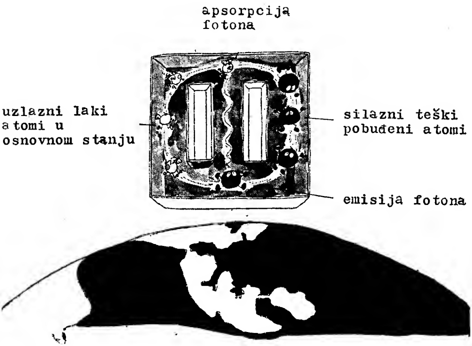
pri čemu se ν_1, Φ_1, n_1 (ν_2, Φ_2, n_2) odnose na dno (vrh) našeg aparata. To znači da odgovarajući periodi moraju biti

$$T_{emit} = \frac{T_0}{n_1}\,; \quad T_{abs} = \frac{T_0}{n_2} \tag{18}$$

Drugim rečima, period T_0, meren pomoću ranije uvedene t koordinate, biće isti za slučajeve apsorpcije i emisije fotona (period ovde označava period elektro-magnetnog talasa koji se emituje i apsorbuje). Spoljašnji posmatrač će videti da se foton emituje uz izvesno pomeranje spektralnih linija ka crvenom; imaće utisak da se svi fenomeni na površini Zemlje, ili bilo kog drugog nebeskog tela, dešavaju usporeno. Obrnuto, posmatrači na površini nebeskog tela imaju utisak da se procesi u spoljašnjem prostoru dešavaju brže.

Prema rezultatima merenja izvršenih na vrhovima visokih planina na Zemlji, ovaj efekat iznosi svega nekoliko nano-sekundi na dan (1 ns. $= 10^{-9}$ s). Iako se može učiniti da je veoma teško meriti ovako male vremenske intervale, potrebna tačnost se može dostići pomoću atomskih ča-

sovnika. Jedno od prvih merenja izvršeno je između grada Torina i planine Materhorn u Alpima. U ekstremnom slučaju, kada telo postaje crna rupa, efekat teži ka beskonačnosti; vreme je praktično zamrznuto na površini. Na primer, pri eksploziji supernove zvezde, sasvim je moguće da jezgro zvezde dostigne tako velike gustine pri kojima postaje moguć kolaps u crnu rupu. U tom slučaju gravitacione sile postaju jače od svih ostalih sila koje teže da se odupru kolapsu. Poluprečnik jezgra opada, i veoma brzo, u delu sekunde, približava se vrednosti $R = 2\,MG/c^2$. Kada radijus priđe dovoljno blizu ovoj vrednosti, spoljašnji posmatrač će videti da se proces naglo usporava. Crna rupa je skoro statičan objekat ali samo za posmatrače sa udaljenosti dovoljno velike u poredjenju sa Švarcšildovim radijusom, koji zanemaruju kvantne efekte (osnovne činjenice o crnim rupama mogu se saznati i iz članaka objavljenih u časopisu „Vasiona" 1978/2 i 1979/1).



Sl. 5

Posmatrač koji bi se nalazio na površini zvezde koja kolapsira video bi da se gravitacioni kolaps dešava u delu sekunde; na kraju tog intervala, evolucija spoljašnjeg Svemira tekla bi beskonačno brzo, i hipotetični naučnik bi mogao videti i njen kraj (što bi bilo veoma interesantno). Isto tako, naš posmatrač bi ušao u oblast prostor-vremena u kojoj se dešavaju novi i čudni fenomeni, kao što bi, na primer, bio susret sa singularnom tačkom metrike; mogao bi da vidi efekte delovanja beskonačno velikih plimskih sila, ali bi istovremeno postao i njihova žrtva. Takođe, ne bi mogao nikome da pošalje izveštaj o događajima u unutrašnjosti crne rupe, pošto, po definiciji, nikakav signal ne može izaći iz nje.

Opisanu sliku događaja poremetile su ideje Stivena Hokinga *(S. Hawking)* sa Univerziteta u Kembridžu *(Cambridge University)*. Sredinom sedamdesetih godina, Hoking je pokazao da crne rupe mogu da isparavaju u gas fotona i drugih čestica putem tzv. tunel efekta. Tunel efekat je potpuno kvantno-mehanička pojava, a sastoji se u tome da se čestica prema kvantnoj mehanici može nalaziti i u onim oblastima prostora u koje, po klasičnoj fizici ne bi imala pristupa. Postojanje ovog efekta potvrđuju mnogi eksperimenti. Ideja o isparavanju crnih trupa zasniva se na činjenici da vakuum nije apsolutno prazan, već sadrži mnoštvo parova čestica i anti-čestica. Ovi parovi žive veoma kratko; može se izračunati, pomoću principa neodređenosti da će par energije E živeti h/E sekundi, gde je h Plankova konstanta. Ako se takav par nađe u blizinl crne rupe, ona će privući i apsorbovati jednu od čestica para u vremenskom intervalu R/c, gde je R Švarcšildov radijus, a c brzina svetlosti. Ako je R/c manje od h/E, proces je moguć, i postaje moguće stvaranje čestica iz vakuuma.

U nuklearnoj fizici postoji sličan fenomen; jezgro dovoljno velikog naelektrisanja može da stvori elektron iz vakuuma, i pri tome emituje pozitron. Očekujemo da će crna rupa emitovati čestice srednje energije $E = hc^3/2.MG$. To znači da će se ona ponašati kao telo temperature $T = E/k_B$, i da će zračiti sa površinskim sjajem srazmernim sa T^4 (crnoj rupi smo pripisali temperaturu po analogiji sa termodinamikom, gde važi relacija $k_B\ T = E$; k_B označava Bolcmanovu konstantu). Radijus crne rupe je funkcija njene mase, pa bi ukupna snaga zračenja trebalo da zavisi od M^{-2}. To dalje znači da vreme života crne rupe zavisi od M^{-3}. Na primer, crna rupa mase 10^{15} g bi, po Hokingovim računima, trebala da ima vreme života oko 10 hiljada miliona godina — jednako starosti Svemira. Ako je, odmah posle Velike eksplozije, u kojoj je nastao Svemir, došlo do stvaranja ovakvih objekata, moglo bi se očekivati da su oni na kraju života. Teorija kaže da se u poslednjih nekoliko sekundi života crne rupe izrači ogromna energija, pa bi imalo smisla, pri postojećem stanju posmatračkih tehnika, pokušati detektovati takve događaje. Njihovo eventualno otkriće pretstavljalo bi prvi direktan dokaz za postojanje crnih rupa. Jedini ozbiljni kandidati za traganje za crnim rupama su dvojni sistemi koji su jaki izvori X-zraka. Najpoznatiji među njima je dvojni sistem u sazvežđu Labud, nazvan Cygnus X-1. Smatra se da se ovaj sistem sastoji od plavog džina i crne rupe, a da zračenje koje posmatramo potiče od gasa koji pada u pravcu crne rupe.

Gravitaciono crveno pomeranje (tačnije rečeno, pomeranje spektralnih linija ka crvenom izazvano dejstvom gravitacionih polja) zapaženo je kod niza objekata. Na Suncu je veoma malo i iznosi svega nekoliko milionitih delova. Veoma je teško uočljivo, pošto je sličnog reda veličine kao sudarno širenje spektralnih linija. Ovaj efekat je mnogo uočljiviji na belim patuljcima, a na neutronskim zvezdama bi trebao da dostigne 10%.

U ovom poglavlju smo videli da se gravitacioni potencijal može shvatiti kao promenljiv indeks prelamanja. Ne smemo zaboraviti da je pojam indeksa prelamanja slaba zamena za metrički tenzor. Sa svoje strane, metrički tenzor zavisi od izbora koordinata, i sadrži, u načinu na koji je definisan, izvesnu konvenciju. Pravi sadržaj pojma metričkog tenzora može se otkriti tek uvođenjem pojma zakrivljenosti.

4. KLASIČNI TESTOVI OPŠTE RELATIVNOSTI

Već smo govorili o jednom od testova opšte relativnosti koji je imao velikog uticaja na njeno prihvatanje — gravitacionom crvenom pomeranju. Ovaj način proveravanja teorije smatrai se manje specifičnim od onih koji su vezani za skretanje svetlosti u gravitacionom polju Sunca i precesiju perihela Merkura. Oba ova testa zavise od osobina gravitacionog polja Sunca, kao o od načina na koji se relativistička tela kreću u gravitacionom polju. Želim da kažem nešto o poslednjem argumentu. Princip ekvivalencije određuje kretanje čestica u gravitacionom polju. Znamo da se u inercijalnom sistemu čestice kreću bez ubrzanja, dakle po pravilim linijama. Takođe znamo da se kretanje vrši tako da interval sopstvenog vremena koji protekne između prolaska čestice kroz dve tačke bude što je moguće veći, kako bi odgovarajuće dejstvo bilo što manje. Oba ove zahteva se u stvari poklapaju i određuju kretanje čestica duž linija koje predstavljaju uopšten pojma pravih na zakrivljen prostor — tzv. geodezijskih linija.

Geodezijska linija na površi predstavlja najkraću liniju između datog para tačaka; na sferi, geodezijske linije su tzv. veliki krugevi. Prirodno je zahtevati da se tela kreću duž geodezijskih linija u prostor-vremenu. Razlike između takvog kretanja, i onog koje daju je načine klasične mehanike, veoma se teško uočavaju. Nekada se ljudi veoma iznenade kada shvate da najkraći put između trenutnog položaja Zemlje i mesta na kome će se ona nalaziti kroz 6 meseci predstavlja prava koja prolazi kroz centar Sunca; dosta prirodno se takvim ljudima postavlja pitanje zašto Zemlja ne padne na Sunce, već se umesto toga kreće po elipsi oko njega? Naravno, elipsa je samo projekcija na trodimenzioni prostor četvoro-dimenzione krive iz prostor-vremena, koja izgleda kao veoma izdužena spirala. Ova spirala je tako izdužena da praktično liči na pravu, pa vidimo da pojam „prave" postoji u 4-dimenzionoj slici stvarnosti.

Vratimo se problemu kretanja tela. Francuski astronom iz XIX veka, U. J. J. Le Verije (Le Verrier), postao je veoma poznat kada je predvideo postojanje planete Neptun na osnovu poremećaja kretanja planete Uran. Kada su posmatranja pokazala da postoje nepravilnosti (pomeranje perihela) u kretanju Merkura, Le Verije i mnogi drugi pokušali su da ih objasne na isti način. Predpostavili su da između Merkura i Sunca postoji planeta Vulkan, koja dovodi do posmatranih poremećaja. Le Verije je [illegible] navodni [illegible] Vulkana [illegible] čak i trenutak njegovog prelaza preko diska Sunca. [illegible] i pored uloženog truda, nisu dovela do očekivanog otkrića nove planete.

U stvari, precesiono pomeranje perihela Merkura iznosi 5600" za sto godina, od čega se samo 42" ne mogu objasniti poremećajima koje u kretanju Merkura izazivaju ostale planete. Ako izračunamo tačno kretanje planeta, koristeći jednačine geodezijskih linija i Švarcšildovo rešenje jednačina gravitacionog polja, videćemo da tako dobijene jednačine kretanja objašnjavaju i pomenute 42". Teorija kaže da pomeranja perihela, slična onom koje je uočeno kod Merkura, postoje i kod drugih planeta. Posmatrani i izračunati iznosi pomeranja su u punoj saglasnosti. Opšta formula za pomeranje perihela glasi: $\Delta\varphi = 6\,\pi\,(MG/t^2\,L)$ radijana za 100 godina; $L = (1 - e^2)\,a$, gde je e ekscentricitet i a velika poluosa orbite planete.

Postoji jedno proširenje Opšte relativnosti, tzv. Jordan-Brans-Dike-ova teorija *(Iordan--Brans-Dicke*, skraćeno IBD), u kojoj iznos pomeranja perihela zavisi od izvesne bez--dimenzione konstante koja se pojavljue u teoriji. Ako želimo da prihvatimo ovu teoriju, precesiju perihela Merkura moramo, delimično, objasniti na drugi način. Jedna mogućnost je da se predpostavi da postoji spljoštenost Sunca; to bi dovelo do pojave tzv. kvadrupolnih članova u gravitacionom potencijalu, a oni bi izazvali pojavu precesije perihela. Međutim, lepota teorije bi bila narušena. Posmatranja različitih vrsta, vršena u okvirima Sunčevog sistema, teže ka odbacivanju IBD teorije. Merenja spljoštenosti Sunca su veoma teška, pa još uvek ne daju dovoljno tačne rezultate. Trenutno, najekonomičnije objašnjenje precesije perihela planeta, daje standardna teorija. Nedavno je otkriven dvojni pulsar PSR 1916+13, koji se sastoji od dva kolapsirala objekta sa masama od 1.44 mase Sunca. Putanja po kojoj se ova dva objekta kreću jedan u odnosu na drugi je veoma izdužena elipsa. Ceo sistem bi mogao da stane u unutrašnjost Sunca. Pod takvim uslovima, precesija perihela iznosi 4 STEPENA GODIŠNJE, i veoma se lako može posmatrati

Albert Ajnštajn je konačno postao svetski poznat kada je uspešno predvideo iznos skretanja svetlosti u gravitacionom polju Sunca. U jednoj od ranijih varijanti teorije, predvideo je vrednost koja je, kao što danas znamo, iznosila samo 50% tačne. Na sreću, Prvi svetski rat je sprečio brzo testiranje teorije, što se, u ovom slučaju, pokazalo kao veoma korisno. Tek 1919. jedna ekspedicija pod vođstvom Artura Edingtona otišla je na Prinčevsko ostrvo, na južnoj hemisferi, i izvršila posmatranja potrebna za proveru teorije. Mora se primetiti da se, ako analiziramo skretanje zraka u gravitacionom polju Sunca kao kretanje nerelativističke kuglice u klasičnom polju Sunca, dobija samo polovina tačne vrednosti skretanja. Razlika potiče od dodatnih članova u metričkom tenzoru, koji množe diferencijale prostornih koordinata. Ovi članovi se obično zanemaruju pri analizama kretanja sporih tela; oni se, u stvari, množe faktorima reda veličine β^2, koji su veoma značajni u analizi kretanja fotona.

Izračunavanje koje daje tačnu vrednost skretanja je veoma komplikovano; umesto njega,i u nastavku ćemo prikazati proračun koji daje polovinu tačnog rezultata, ali je mnogo shvatljiviji Zamislimo da se kuglica kreće u pravcu Sunca brzinom c, i da je parametar sudara njene putanje r Putanju kuglice zamišljamo kao pravu, što je veoma dobar opis putanje zraka svetlosti koji dolaz iz velike daljine. Predpostavimo da se kretanje vrši u ravni x, y kao i da se čestica kreće duž x ose. Komponenta ubrzanja duž y ose je:

$$a_y = -\frac{GM_\odot}{(x^2 + r^2)^{3/2}}\,y \qquad (19)$$

gde je $y \cong r$, a $M_\odot$ označava masu Sunca. Ako je skretanje malo (što očekujemo) možemo zanemariti promenu brzine duž x ose. Ukupna promena brzine duž y ose je:

$$\Delta v_y = -\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{GM_\odot}{(x^2 + r^2)^{3/2}} r dt = -\frac{GM_\odot r}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = -\frac{2\,GM_\odot}{cr} \qquad (20)$$

konačno skretanje zraka svetlosti biće:

$$\theta \cong -\frac{\Delta v_y}{c} \cong \frac{2\,GM_\odot}{c^2 r} = \frac{R}{r} = 0''.86 \qquad (21)$$

Da ponovimo: vrednost skretanja koju smo dobili u prethodnih nekoliko jednačina je dva puta manja od stvarnog iznosa.

Merenje opisanog efekta vrši se u dve etape: pri totalnom pomračenju Sunca snimi se oblast neba u kojoj se ono nalazi, ali tako da se na snimku vide okolne zvezde. Šest meseci kasnije, kada je Sunce na suprotnom delu neba, ponovo se, pod identičnim uslovima, snimi ista oblast neba. Mere se razlike položaja zvezda na snimcima, i rezultati se slažu sa predviđanjima teorije sa tačnošću od oko 10%. U novije vreme, ovaj test je izvršen i sa jednim parom kvazara koga Sunce periodično okultira. Merenja su vršena radio teleskopom, pa se nije moralo čekati totalno pomračenje Sunca. Rezultati su se opet dobro složili sa teorijom. Gravitaciono skretanje je, naravno, prisutno kada god postoje mase.

Posmatranja pokazuju da postoje višestruki kvazari, čije komponente imaju identična pomeranja spektralnih linija ka crvenom. Danas se smatra da su to, u stvari, višestruke slike jednog objekta, nastale efektom gravitacionog sočiva na nekoj galaksiji između nas i kvazara (tj., zraci svetlosti koji nam dolaze sa kvazara prolaze pored neke galaksije, skreću u njenom gravitacionom kolju i tako nastaju višestruke slike koje posmatramo). Postoji, u proseku, putna razlika od nepoliko svetlosnih meseci između različitih slika istog objekta. Kada bi mogli da dovoljno dugo sačuvamo informacije o fazi zračenja koje nam stiže sa kvazara, mogli bi da izvršimo ogromni kosmički interferentni eksperiment. Efekat gravitacionog sočiva doveo bi, na kraju, do mešanja slika dovoljno dalekih kosmičkih objekata.

Izvršeni su i drugi testovi opšte relativnosti u sunčevom sistemu. Oni se odnose na merenje vremenskih razmaka u odbijanju radarskih signala sa površina planeta, prenošenje radio signala svemirskim brodovima, kao i neke fine efekte u kretanju Meseca. Predviđanja teorije se dobro slažu sa posmatranjima, a tačnost posmatranja stalno raste.

Opšta relativnost je već postala deo svakodnevne tehnologije. Na primer, globalni svetsk sistem za određivanje položaja tačaka na Zemlji, koji je trenutno u fazi planiranja, koristiće skup atomskih časovnika na orbitama koji će upućivati precizne vremenske signale ka Zemlji. Položaj bilo koje prijemne stanice će se, na osnovu vremena kašnjenja signala, odrediti sa tačnošću od nekoliko metara. Za postizanje ovako velike tačnosti neophodno je da gravitaciono pomeranje ka plavom bude tačno uzeto u obzir.

Na kraju ovog poglavlja dolazimo do teme koja nije direktno vezana za kretanje nebeskih tela. Znamo da elektromagnetno polje, u okvirima kvantne teorije, opisujemo kvantima koje pridružujemo elektromagnetnim talasima. Postojanje kvanata elektromagnetnog polja, tzv. fotona, eksperimentalno je utvrđeno početkom našeg veka. Na sličan način, u teoriji relativnosti se predpostavlja da postoje gravitacioni talasi, i da se njima mogu pridružiti kvanti gravitacionog polja — gravitoni. Jednačine gravitacionog polja su nelinearne, što otežava njihovo rešavanje za slučaj proizvoljnih gravitacionih talasa. Ako se ograničimo na slučaj slabog polja, jednačine polja se mogu rešiti u linearnoj aproksimaciji, što će dati dobar opis slabih gravitacionih talasa. Ovakvo rešenje će na sasvim zadovoljavajući način moći da opiše mnoge fenomene. Gravitacioni talasi se kreću brzinom svetlosti, i, kao i svetlost, imaju dva moguća stanja polarizacije. Međutim, analogija se ovde prekida. Gravitoni su čestice spina dva, i njihovo ponašanje pod dejstvom rotacije se znatno razlikuje od ponašanja fotona. Pored toga, postoje i razlike u mehanizmima emisije jednih i drugih čestica. Snaga P elektro-magnetnog zračenja koje emituje oscilatorni dipol dipolnog momenta p, data je izrazom:

$$P = \frac{1}{3} |p|^2 \frac{\omega^4}{c^3} \qquad (22)$$

Odgovarajuća formula za snagu zračenja gravitacionih talasa je:

$$P = \left(\frac{ML^2}{T^3}\right)^2 \frac{1}{p_o} \qquad (23)$$

U jednačini (23) pojavljuje se univerzalna snaga $p_o = c^5/G$, što je, izraženo u uobičajenim fizičkim jedinicama, veoma veliki broj. Član ML^2/T^3 može se shvatiti kao treći izvod momenta inercije, i predstavlja snagu izračenu unutar sistema. Odavde se vidi da je emitovana snaga uvek veoma mala. Ona postaje velika tek u slučaju kada se neko telo mase m kreće relativističkom brzinom Švarcšildovom frekvencom c^3/mG. Ovakvi uslovi se u prirodi veoma retko sreću; može se predpostaviti da bi oni mogli biti ispunjeni pri eksploziji supernove zvezde. Interesantno je izračunati snagu gravitacionog zračenja nekih poznatih astronomskih objekata. Tačna formula za snagu gravitacionog zračenja štapa koji rotira frekvenciom ω glasi:

$$P = \frac{32\, G\, \omega^6\, I^2}{5c^5} \tag{24}$$

Ovaj izraz se može iskoristiti za približnu analizu zračenja tela koje se kreće po zatvorenoj orbiti. U slučaju Zemlje na putanji oko Sunca dobija se besmisleno mala cifra od 0.2 kW. Dobijeni rezultat znači da će do gravitacionog kolapsa orbite Zemlje doći kroz oko 10^{24} godina. Drugi uzroci, kao što su perturbacije ostalih planeta ili promene u unutrašnjosti Sunca, poremetiće orbitu naše planete mnogo pre — za „svega" 10^{10} godina. U slučaju dvojnog pulsara PSR 1913+16 period revolucije sistema iznosi nekoliko časova, i njegov raspad se može očekivati za približno 10^9 godina, što ovaj sistem dovodi u oblast u kojoj su moguća posmatranja promena izazvanih zračenjem gravitacionih talasa. Direktno posmatranje gravitacionih talasa još uvek nije niko uspeo da ostvari; umesto toga uočavaju se gubici energije sistema, koje pripisujemo zračenju gravitacionih talasa.

Pionirske pokušaje detektovanja gravitacionih talasa izveo je Džozef Veber *(J. Weber)* u SAD, početkom šezdesetih godina. Prijemnici gravitacionih talasa koje je koristio Veber, i mnogi straživači posle njega, bili su veliki aluminijumski cilindri. Upadni talas, frekvence reda 1 kHz, izazvaće male oscilacije oblika koje se mogu detektovati. Efikasnost ovakvog sistema određena je odnosnom:

$$\eta = \frac{\text{energija upadnog grav. talasa}}{\text{svi ostali oblici energije}}$$

U tipičnom metalnom cilindru ovaj količnik iznosi oko 10^{-34}, što se može izračunati iz jednačine (23), i čime se objašnjavaju strahovite teškoće na koje se nailazi u pokušajima detekcije gravitacionih talasa. Vrednost η može se nešto povećati hlađenjem cilindara, ili korišćenjem tehnike super-provodnika.

5. KOSMOLOGIJA

Većina predavanja iz kosmologije počinje objašnjavanjem tzv. Olbersovog paradoksa. U stvari, ovaj paradoks je otkrio d'Šeso *(de Chesaux)* u doba francuske revolucije, a Olbers ga je ponovo otkrio 1823. Paradoks je istovremeno veoma značajan i veoma jednostavan; on pokazuje da naivni kosmološki model, koji postulira beskonačan Svemir Euklidske geometrije koji beskonačno traje, ne može biti tačan. Kratko rečeno, kada bi Svemir bio takav, i kada bi gustina zvezda bila konstantna, iz svake sferne ljuske poluprečnika od r do $r + dr$ dolazila bi na Zemlju ista količina energije u jedinici vremena. Pošto je u naivnom modelu Vasiona beskonačnih dimenzija, lako je zaključiti da bi i ukupna količina energije koja bi stizala na Zemlju bila beskonačna.

Jasno je da bi u takvim uslovima nebo bilo beskonačno sjajno, i da bi razvoj života bio nemoguć.

Svima nam je dobro poznato da na Zemlji postoje živa bića (koja čak i istražuju Kosmos), da nebo nije beskonačno sjajno i da su noći veoma tamne, što sve govori protiv naivnog kosmološkog modela. Ubacivanje oblaka prašine u ovakav model neće moći da ga spase; može se pokazati da bi se prašina ubrzo zagrejala, i počela da zrači kao zvezde. Rešenje Olbersovog paradoksa može se potražiti na nekoliko različitih načina. Na primer, moguće je da Svemir postoji konačno a ne beskonačno dugo vreme, da sjaj zvezda opada sa daljinom brže nego što verujemo, a moguće je da se dešavaju i neki potpuno nepoznati procesi.

Standardna kosmologija, zasnivana na modelu Velike eksplozije (Big Bang), pruža mnoge mogućnosti za rešavanje Olbersovog paradoksa. Na ovom mestu želeo bih da primetim da je napredak kosmologije tesno povezan sa razvojem astrofizike; bez realistične teorije evolucije zvezda ne bismo mogli razumeti šta su galaksije. Bez jasnih ideja o tome šta su galaksije, ne može biti ni razvoja kosmologije. Zbog toga želim da vas podsetim na istorijsku debatu između američkih astronoma Kertisa *(Curtis)* i Šeplija *(Shapley)* o prirodi „spiralnih maglina", iz dvadesetih go-

dina (od početka XIX veka astronomi su prikupljali podatke o „magličastim objektima" sa spiralnim granama, koji su uočavani u različitim delovima neba i čija je fizička priroda bila nepoznata. Mnoštvo podataka prikupljeno je početkom našeg veka, kada su u SAD proradili veliki teleskopi). Šepli je smatrao da postoji samo jedna galaksija (ova u kojoj se mi nalazimo), a da su sve ostale spirale gasovite magline koje pripadaju Galaksiji. Kertis (kao Kant pre njega) je smatrao da su sve spirale zasebne galaksije Danas znamo da je istina negde na sredini, da većina spirala zaista predstavlja zasebne galaksije, ali da u okvirima naše galaksije postoje gasne magline.

Statističke analize pokazuju da postoji oko deset hiljada miliona galaksija dostupnih posmatranjima pomoću najvećih postojećih optičkih i radio teleskopa. One su raspoređene u grupe različite veličine; u oblastima prostora dovoljno velikih razmera (oko 100 mega-parseka) galaksije su raspoređene približno homogeno (1 parsek = 3,259 svetlosnih godina = 3,0832 × 10^{13} km).

U članku „Kosmološka razmatranja uz Opštu teoriju relativnosti" *(Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie)*, objavljenom 1917., Albert Ajnštajn je ušao u „ničiju zemlju", i primenio teoriju relativnosti na Vasionu kao celinu. U to doba Ajnštajn je smatrao da je Svemir ispunjen zvezdama; dokazi o postojanju galaksija još uvek nisu postojali. Uprkos tome, njegove tadašnje ideje imale su velikog uticaja na razvoj kosmologije. Predložio je model Svemira zasnovan na tzv, kosmološkom principu. U ovom modelu, Svemir je ravnomerno ispunjen materijom. Može se definisati kosmološko vreme t, tako da su lokalne osobine Svemira, usrednjene po dovoljno velikim oblastima, funkcija samo vremena. Posebno, gustina i temperatura materije, zakrivljenost prostora i metrika su iste u svim delovima Vasione, ali su funkcije vremena t.

Pod takvim uslovima, komplikovane jednačine polja teorije relativnosti se znatno uprošćavaju, i njihovim rešavanjem mogu se izvesti zaključci o zajedničkoj evoluciji materije i geometrije. Ako se ograničimo na trenutke koji su dovoljno udaljeni od Velike eksplozije, jednačine polja nam uopšte nisu potrebne; sva izračunavanja se mogu izvesti iz na izgled trivijalne klasične aproksimacije.

Pre nego što se upustimo u razmatranje tih jednačina smatram da treba da steknemo neke asne ideje o obliku „homogenog" Svemira. Ovaj pojam uključuje samo prostor; prisustvo materije u Svemiru omogućava nam da uvedemo kosmološko vreme, i time se vremenska koordinata na izvestan način izdvaja od prostornih (materija se menja, a za opisivanje tih promena potrebno je uvođenje vremena kao dodatne koordinate svih događaja). Ovaj iskaz nije u suprotnosti sa principima specijalne teorije relativnosti.

Princip ekvivalencije implicira da specijalna relativnost važi u bilo kom dovoljno malom lokalnom inercijalnom sistemu, što ostaje tačno i u prisustvu gravitacije. Efekti zakrivljenosti se manifestuju time što je moguće definisati specijalne koordinatne sisteme vezane za komponente zakrivljenosti i, u krajnjoj liniji, za raspodelu materije (pošto je materija ta koja i dovodi do pojave zakrivljenosti).

Homogen prostor u dve dimenzije je obična sfera, tj. geometrijsko mesto svih tačaka trodimenzionog prostora čija je daljina od centra fiksna. Drugi takav prostor je ravan. Ona se može shvatiti kao specijalan slučaj lopte čiji poluprečnik teži beskonačnosti. Primere homogenih prostora predstavljaju takođe i tzv. pseudosfere, koje su otkrili Gaus, Boljai i Lobačevski. Nije moguće konstruisati celu pseudosferu u običnom tro-dimenzionom prostoru; mogu se konstruisati samo njeni mali delovi. Pseudosfera se najlakše može zamisliti kao maseni hiperboloid u prostoru Minkovskog, sa jednom vremenskom i dve prostorne dimenzije (hiperboloid je, grubo rečeno površ koja se dobija rotacijom hiperbole oko njene ose simetrije). Ona se pojavljuje kao neograničeno velika površina. Sve opisane činjenice o pseudosferi mogu se lako uopštiti i na slučaj više dimenzija. Moji komentari se zasnivaju na intuitivnom poimanju geometrije ovih objekata. Geometrija pseudosfere može se dobiti menjajući u svim formulama pozitivnu zakrivljenost obične sfere, datu kao $1/R^2$, u istu vrednost sa promenjenim znakom, koja odgovara pseudosferi; ravan prostor (zakrivljenosti nula) može se shvatiti kao prelazni slučaj.

Ako sva izračunavanja vršimo u polarnim koordinatama na sferi, uočićemo još jednu interesantnu osobinu. Svi znamo da je obim kruga dat izrazom: $C = 2\pi r$, gde je r poluprečnik.

Na sferi radijusa R analogna formula glasi: $C = 2\pi R \sin(r/R)$, gde je sa r označena dužina putanje računata „duž sfere". Ovaj izraz znači da je veličina C manja na lopti nego u slučaju kruga u ravni; razvijajući u red nalazimo da je:

$$C = 2\pi r - \frac{1}{3}\frac{\pi}{R^2}r^3 \cong 2\pi\left(1 - \frac{K}{6}r^2\right)$$

Odgovarajuća formula na pseudosferi glasi

$$C = 2\pi R \sinh\left(\frac{r}{R}\right) \cong 2\pi\left(1 - \frac{K}{6} r^2\right) r \tag{26}$$

Lako se vidi da, pri porastu radijusa, C raste ako je $K < 0$, dok u slučaju $K > 0$ dostiže neki maksimum a zatim se vraća u nulu. Prostori pozitivne zakrivljenosti su kompaktni (imaju konačnu površinu ili zapreminu); u suprotnom slučaju, kada je zakrivljenost jednaka nuli ili manja od nje, prostori su beskonačni. Zakrivljenost kontroliše broj „suseda" date tačke. Površi negativne zakrivljenosti imaju oblik sedla, pa, zahvaljujući tome, svaka tačka ima veći broj suseda nego što bi imala pri nekoj drugoj vrednosti zakrivljenosti.

Bez obzira na vrednost K, homogeni prostori dimenzije n imaju tzv. grupu simetrije sa $n(n + 1)/2$ parametara. (Grupe su matematički objekti koji se veoma mnogo koriste u fizici pri ispitivanjima simetrija različitih sistema. Definišu se kao skupovi elemenata koji imaju određene osobine. U kvantnoj teoriji polja se pokazuje da su simetrije elementarnih čestica i njihovih skupova povezane sa zakonima održanja različitih fizičkih veličina). Na primer, grupa simetrije prostora sa 2 dimenzije ima svega 3 parametra, što je jednako broju parametara potrebnom za opisivanje kretanja tela u ravni.

U primeni na kosmologiju, naša dosadašnja razmatranja znače da će nam, ako živimo u homogenom prostoru, Svemir izgledati isto u svim tačkama, ali i da će (naravno, u srednjem) svi pravci biti ravnopravni. Prostori maksimalne simetrije su takođe i izotropni. Analizirajući metriku ovih prostora obično se uvodi pretpostavka da se oni mogu dobiti polazeći od trodimenzione sfere ili pseudosfere, zakrivljenosti +1 ili —1, pomoću tzv. „skejlinga" za jedan faktor koji ne zavisi od vremena („skejling" — engleski „scaling" — je ovde upotrebljen u smislu konformnog preslikavanja: dimenzije prostora se povećavaju, ali njegov oblik ostaje isti). Takođe je uobičajeno koristiti polarne koordinate, pri čemu se za „pol" često uzima Zemlja. Ovo je moguće uraditi pošto se u kosmološkim razmatranjima mogu potpuno zanemariti različita kretanja Zemlje, koja često prave velike probleme u drugim oblastima astronomije. Kao koordinata se često koristi i bezdimenzioni odnos $y = \sin(r/R)$, ili $y = \sinh(r/R)$; Ry ovde predstavlja efektivni radijus koji krug na sferi mora imati, da bi mu obim bio jednak nekom unapred zadatom C. Pomoću y i uobičajenih polarnih koordinata prostorna metrika se može zadati u obliku:

$$(ds)^2 = R^2(t)\left\{\frac{(dy)^2}{1 - ky^2} + y^2\left[(d\theta)^2 + \sin^2\theta\,(d\varphi)^2\right]\right\} \tag{27}$$

$$k = \pm 1, 0; \quad K = \frac{k}{R^2(t)}$$

(pod „metrikom prostora" podrazumeva se funkcija koja opisuje rastojanje između dve bliske tačke), pri čemu se k pojavljuje samo u radijalnom delu. U slučaju $k = 0$, dobija se Euklidov prostor. Efekti koje evolucija prostora i materije u njemu može da unese u metriku, opisuju se faktorom $R(t)$. U homogenim modelima ne dešavaju se prelazi sa pozitivne na negativnu vrednost zakrivljenosti. Ako je $k > 0$, Svemir je zatvoren, dok je u suprotnom slučaju otvoren.

Koristeći jednačinu geodezijske linije vidimo da će položaj neke galaksije, određen koordinatama y, θ, φ, ostati stalan ako su odgovarajuće brzine jednake nuli. To znači da se u kosmološkim modelima sve daljine između objekata menjaju srazmerno faktoru $R(t)$. Pošto je ova veličina rastuća funkcija vremena, sledi zaključak da se sve udaljenosti u Vasioni povećavaju, što se dobro slaže sa otkrićem Edvina Habla *(E. Hubble)* iz 1929. Posmatrajući galaksije teleskopom otvora 100 inča sa opservatorije Mt. Wilson iz Kalifornije, Habl je ustanovio da se galaksije udaljavaju jedne od drugih, i da brzina udaljavanja raste sa udaljenošću. Njegova posmatranja bila su zasnovana na merenju pomeranja ka crvenom linija u spektrima galaksija. U homogenom Svemiru, jednačina (27) mora se dopuniti dodavanjem vremenskog dela:

$$(d\tau)^2 = (dt)^2 - R^2(t)\left\{\frac{(dy)^2}{1 - ky^2} + y^2\left[(d\theta)^2 + r^2\sin^2\theta\,(\ \varphi)^2\right]\right\} \tag{28}$$

Ako bi bilo $R(t) = \text{const.}$ i $k = 0$, dobili bi prostor Minkovskog u polarnim koordinatama. Zal mislimo da je neka galaksija u dalekoj prošlosti u trenutku $t = t_1$ emitovala svetlosni signal k-Zemlji. Signal će biti primljen u trenutku $t = t_2$, a neka daljina galaksije od Zemlje iznosi y. Jeda nostavnosti radi, pretpostavićemo da je duž linije kojom se svetlosni zrak prostire za Zemji- $d\theta = d\varphi = 0$. U tom slučaju biće i $d\tau = 0$, a to znači:

$$\frac{1}{R(t)}\,dt = \frac{1}{\sqrt{1-ky^2}}\,dy \qquad (29)$$

Ova jednačina se može integraliti, što daje:

$$\int_{t_1}^{t_2}\frac{dt}{R(t)} = \int_{y}^{u}\frac{dx}{\sqrt{1-kx^2}} \qquad (30)$$

Zamislimo da se drugi signal pošalje u trenutku $t = t_1 + T$, i primi u trenutku $t = t_2 + T'$ Analogno prethodnom slučaju važiće relacije:

$$\int_{1+T}^{t_2+T'}\frac{dt}{R(t)} = \int_{y}^{o}\frac{dx}{\sqrt{1-kx^2}} = \int_{y}^{t_2}\frac{dt}{R(t)} \qquad (31)$$

Oduzimanjem dolazimo do izraza:

$$\frac{T'}{R(t_2)} = \frac{T}{R(t_1)} \text{ ili } \frac{1}{T'} = \frac{1}{T}\,\frac{R(t_1)}{R(t_2)} \qquad (32)$$

Poslednja jednačina znači da je prvobitna frekvenca svetlosti (tj. frekvenca svetlosti u trenutku kada je ona napustila galaksiju i krenula ka Zemlji) promenjena za faktor $R(t_1)/R(t_2)$. U slučaju malih udaljenosti, jednačina (32) može se transformisati u oblik:

$$\frac{T'}{T} = \frac{\nu}{\nu'} = (1+z) = \frac{R(t_2)}{R(t_1)} = 1 + \frac{R'(t_1)}{R(t_1)}(t_2 - t_1) = 1 + H\,\frac{d}{c} \qquad (33)$$

to predstavlja Hablov zakon srazmernosti između pomeranja spektralnih linija ka crvenom (označeno sa z) i udaljenosti galaksije d. Veličina označena sa H nosi naziv Hablova konstanta. Ona, međutim, nije nikakva konstanta, već je funkcija kosmološkog vremena t (misli se na vreme proteklo od tzv. Velike eksplozije). Naravno, morali bi čekati milionima godina da bi uočili bilo kakve promene u vrednosti H. Ima pokušaja da se promene vrednosti Hablove konstante detektuju analizama spektara jako udaljenih galaksija. Sadašnja vrednost H je predmet žučnih diskusija u krugovima astronoma i fizičara koji se bave kosmologijom. Najverovatnije je da H iznosi ili oko 55 km s^{-1} Mpc^{-1}, ili oko 100 km $s^{-1}Mpc^{-1}$.

Poznavanje vrednosti Hablove konstante omogućava nam da procenimo starost Vasione. Kada bi H zaista bilo nepromenljivo, mogao bi se izvesti zaključak da su sve galaksije bile u istoj tački H^{-1} godina pre današnje epohe, što bi značilo da je Vasiona stara 10—20 × 10^9 godina. Međutim, galaksije se međusobno privlače; to znači da je vrednost H bila veća u prošlosti, a samim tim bila je veća i brzina ekspanzije Vasione. Može se zaključiti da H^{-1} predstavlja gornju granicu starosti Vasione, osim ako se jednačine gravitacionog polja ne promene uvođenjem kosmološke konstante. Ako se uputimo preterano daleko u prošlost doći ćemo do epohe kada galaksije još nisu bile nastale iz tople plazme koja je ispunjavala Svemir. Vidimo da se u modelu Velike eksplozije, u okviru koga su sve naša razmatranja o kosmologiji, uglavnom teži ka određivanju oblika funkcije $R(t)$.

Pored Hablove konstante, važnu karakteristiku širenja Vasione predstavlja tzv. parametar usporenja. Ova veličina se definiše kao $q = -\ddot{R}R/(\dot{R})^2$, pri čemu su tačkicama označeni vremenskiizvodi funkcije $R(t)$. Vrednost parametra q može se, u principu, odrediti posmatranjem veoma dalekih galaksija. Na žalost, ova posmatranja nisu nezavisna od teorije, već se pri njihovoj obradi moraju koristiti postojeće teorije o evoluciji galaksija. S obzirom na činjenicu da galaktička evolucija traje već oko 10^{10} godina, a da se posmatranja vrše svega oko 70 godina, jasno je da su određivanja vrednosti q skopčana sa nizom problema. Smatra se da najverovatnija vrednost q iznosi između 0,1 i 0,6. Ako je q veoma veliko, brzina udaljavanja galaksija se naglo smanjuje; to znači da su se u prošlosti kretale brže. Pomeranje ka crvenom linija u njihovim spektrima će, u tom slučaju, biti veće od onoga koje se očekuje na osnovu Hablovog zakona. Drugim rečima, galaksije koje su veoma daleko trebalo bi da budu sjajnije nego što se to očekuje po modelu Velike eksplozije.

Vrednost parametra q može se povezati sa raspodelom materije u Vasioni. Pretpostaviću da materija koja ispunjava Svemir nema pritisak (što je moguće učiniti ako je intenzitet prisutnih zračenja zanemarljiv) ali da joj je gustina neka funkcija vremena $\rho(t)$. U takvom slučaju mogu da napišem jednačine gravitacionog polja, ali za njihovo rešavanje moram da primenim tenzorski račun. Umesto toga pokušaću da problem rešim koristeći klasičnu, Njutnovu mehaniku. Recimo unapred da će se ova proba pokazati uspešnom.

Zamislite sferu poluprečnika $r = R(t)\,y$, malog u odnosu na R. Po klasičnoj mehanici, sila kojom ova sfera deluje na neku galaksiju mase m, postavljenu na površinu sfere, ista je kao sila kojom bi na tu galaksiju delovala materijalna tačka x mase jednake masi sfere koja bi se nalazila u njenom centru. To znači da je:

$$ma = -\frac{Gm\,M}{r^2} = -\frac{4\,\pi\,Gm\,\rho\,(t)\,r^3}{3\,r^2} = -\frac{4\,\pi\,G\,\rho\,r}{3} \tag{34}$$

Ubrzanje se može izračunati iz $R(t)$. Konačna jednačina koja se dobija glasi:

$$a = \ddot{r} = \ddot{R}(t)\,y \qquad \text{ili} \qquad \ddot{R}(t) = -\frac{4\,\pi\,G\,\rho}{3}\,R(t) \tag{35}$$

Poslednja jednačina se može prepisati u obliku:

$$2\,q = \frac{8\,\pi\,G\,\rho}{H^2} = \frac{\rho}{\rho^{\mathrm{crit}}} \tag{36}$$

gde je

$$\rho^{\mathrm{crit}} = \frac{3\,H^2}{8\,\pi\,G} = 1.1 \cdot 10^{-29}\left(\frac{H}{75\ \mathrm{km/(s \cdot Mpc)}}\right)\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$

Kao što smo očekivali, usporenje raste sa porastom gustine materije.

Jednačina (35) dovodi do:

$$(\dot{R})^2 + \kappa c^2 = \frac{8\,\pi\,G}{3}\,\rho\,R^2 \tag{37}$$

to se može dobiti i direktno iz jednačina polja. Iz jednačine (37) sledi:

$$2\,q - 1 = \frac{\kappa c^2}{R^2\,\mathrm{H}^2} \tag{38}$$

Iz ovog izraza može se izvesti koristan zaključak: zakrivljenost (koju opisuje veličina k) ima isti znak kao i $(2\,q - 1)$. Odavde dalje sledi da $q > 0{,}5$ znači da je Svemir zatvoren, dok je u suprotnom slučaju otvoren, što pokazuje da je eksperimentalno određivanje vrednosti q izuzetno značajno za utvrđivanje daljeg toka evolucije Svemira.

Danas se smatra da donja granica mogućih vrednosti q iznosi oko 0,014 (pomenimo, kurioziteta radi, da su na skupštini Međunarodne astronomske unije održanoj 1982. citirane čak i negativne vrednosti q). Ovaj rezultat nije dovoljno mali da „zatvori" Svemir, a sa druge strane, manji je od procena q zasnovanih na Hablovom zakonu. Jedna mogućnost za rešenje ove dileme bila bi da se predpostavi da postoji „tamna materija" — materija u vidu objekata koje postojeća posmatračka tehnika nije u stanju da detektuje, a čije bi prisustvo dovelo do povećanja gustine Vasione i njenog „zatvaranja". Tamna materija mogla bi biti prisutna u vidu međugalaktičkog vodonika, masivnih neutrina, kolapsiralih ohlađenih zvezda . . . Definitivni zaključci o ovom problemu još uvek nisu doneti.

Jednačine (35) i (37) važe samo za prašinu, tj. materiju bez pritiska. Međutim, u ranom Svemiru bilo je prisutno i zračenje, pa se jednačine polja moraju donekle promeniti kako bi se i pritisak p uzeo u obzir. Može se pokazati da se umesto izraza (35) dobija:

$$\ddot{R} = -\frac{4\,\pi\,G}{3}\left(\rho + \frac{3\,\mathrm{p}}{c^2}\right)R \tag{39}$$

Oblik jednačine (37) se ne menja. Zakon održanja energije za materiju ima oblik:

$$\frac{d}{d\,R}\,(\rho\,R^3) = -3\,\frac{\mathrm{p}R^2}{c^2} \tag{40}$$

Za prašinu je $p = 0$ i $\rho = \text{const}/R^3$, dok je u slučaju zračenja, $p = \upsilon c^2/3$ i $\rho = \text{const}/R^4$.

Pri malim vrednostima R, što znači ubrzo posle početka širenja Vasione, odlučujući uticaj na njenu evoluciju ima zračenje. Do preokreta dolazi tek posle $t = 10^6$ godina. Ako se ograničimo na period dominacije materije, jednačina (37) može se tačno integrisati, što dovodi do sledećeg tzv. parametarskog rešenja (H_1 i q_1 označavaju vrednosti ovih parametara, u trenutku $t = t_0$ koji odgovara sadašnjosti):

$$R(t) = R_0 \frac{q_0}{2q_0 - 1}(1 - \cos\theta) \tag{41}$$

$$t = \frac{1}{H_0} q_0 \, 2(q_0 - 1)^{-3/2} (\theta - \sin\theta)$$

Dobili smo jednačine krive poznate pod nazivom cikloida. Za male vrednosti t one se mogu napisati u obliku:

$$t = \frac{q_0}{H_0}(2q_0 - 1)^{-3/2}\frac{\theta^3}{6}$$

$$R = \left(\frac{3H_0 t}{2}\right)^{2/3}$$

Svemir će dostići maksimalnu veličinu (misli se na prečnik) za $\theta = \pi/2$, a zatim će početi da se skuplja. „Veliki lom", što bi bila faza suprotna velikom prasku, desiće se za:

$$t = \frac{2\pi}{H_0(2q - 1)^{3/2}} = 2t_m$$

Ako $q \to 0{,}5$, vidi se da $t_m \to \infty$, i prelazimo u slučaj otvorenog Svemira. U suprotnom slučaju kada je $q < 0{,}5$, važiće formule:

$$R(t) = R_0 \frac{q_0}{1 - 2q_0}(\cos h\,\psi - 1)$$

$$t = \frac{1}{H_0} q_0 (1 - 2q_0)^{-3/2} (\sinh\psi - \psi) \tag{42}$$

koje se ponašaju na isti način za male vrednosti t, ali opisuju beskonačno širenje. Ako je prisutno zračenje, ponašanje veličine R pri malim vrednostima t imaće oblik: $R = \text{const.}\sqrt{t}$. Pri bilo kakvim uslovima, razumno je predpostaviti da je evolucija Vasione tekla uz minimalan porast entropije, kao i da je pri svim vrednostima t Svemir bio u stanju termodinamičke ravnoteže. Uz ovakve početne stavove, može se pokazati da se temperatura Vasione menjala po zakonu: $T = 10^{10}K\cdot(t/s)^{-1/2}$. Simbol t u ovoj formuli označava vreme proteklo od početne eksplozije, mereno u sekundama.

Danas se smatra, u okvirima teorije Velike eksplozije, da je razvoj Vasione otpočeo u trenutku $t = 0$, pri uslovima beskonačno velike gustine i temperature. Pitanja u stilu: „Šta je bilo pre Velike eksplozije?", u današnjoj fizici nemaju smisla, pošto važenje svih prirodnih zakona (kako ih danas znamo) prestaje u trenutku $t = 0$. Predpostavka o beskonačnoj temperaturi koju smo uveli je posledica našeg nedovoljnog poznavanja problema. Takođe, pitanje je — mogu li se zakoni fizike i astrofizike, koji su utvrđeni i provereni u jednom određenom domenu parametara, primenjivati na tako ekstremne uslove kakvi su vladali u početnom trenutku, a o kojima se ništa ne može saznati eksperimentalno. Kako god da je otpočeo razvoj Vasione, posle nekoliko sekundi je njen poluprečnik iznosio oko 1 svetlosnu godinu, a temperatura $10^{10} - 10^9$ K.

Pod takvim uslovima interakcijama protona i neutrona nastaju joni vodonika, helijuma i tragovi deuterijuma i drugih težih elemenata. Zatim počinje period hlađenja. Posle milion godina temperatura iznosi svega 4000 K, i dolazi do stvaranja atoma vodonika; istovremeno gustina energije zračenja postaje manja od gustine energije materije. Materija postaje providna za zračenje. Po predviđanjima teorije, fotoni iz kojih se sastojalo ovo zračenje vidljivi su i danas, ali su u međuvremenu pretrpeli crveno pomeranje od $z = 1000$. Usled toga, njihova talsna dužina odgovara zračenju crnog tela sa temperaturom od oko $T = 2{,}7$ K, što se izvanredno slaže sa posmatranom vrednošću temperature tzv. pozadinskog zračenja. Gustina energije pozdainskog zračenja iznosi oko $4{,}40 \times 10^{-34}$ g cm^{-3}, dok je srednja gustina materije u Svemiru oko 10^{-29} g cm^{-3}.

Sva posmatranja pokazuju da je pozadinsko zračenje izotropno (intenzitet ne zavisi od pravca posmatranja). Potpunosti radi, pomenimo da su uočene i pojave anizotropije, ali da one iznose svega oko 10^{-5} intenziteta zračenja. Na osnovu ovih posmatranja može se zaključiti da je rani Svemir bio veoma homogen (da nije, zračenje bi se u različitim tačkama rasejavalo na različite načine, pa ne bi bilo ni posmatrane izotropije).

Ovaj iskaz nas dovodi do nekih gorućih problema savremene kosmologije. Princip ekvivalencije kaže da se dva tela ne mogu kretati relativnom brzinom većom od brzine svetlosti, ali samo ako se nalaze u istom lokalnom referentnom sistemu. On ne kaže ništa o kretanju dveju proizvoljnih galaksija koje se nalaze na međusobnoj udaljenosti uporedljivoj sa $R(t)$. Može se pokazati da u zatvorenom Svemiru brzina kretanja usled ekspanzije tzv. antipoda iznosi $\pi\, dR/dt = \pi HR$; za male vrednosti t ova veličina raste kao $1/\sqrt{t}$. Odavde sledi da je u početku širenja Svemira, za $t = 0$, brzina širenja iznosila $v = \infty$, a da je zatim brzo opadala.

Ovakav način menjanja brzine širenja u toku vremena potpuno onemogućava kontakt među različitim delovima Vasione. Kako je onda moguće da je Svemir homogen? Kako to da je gustina materije u svim tačkama ista? Rešenja ovih i još nekih sličnih problema (npr. kako to da je srednja gustina materije fantastično bliska kritičnoj gustini) danas se traže u okvirima novih teorija. U njima se, na početku širenja, evolucija Vasione opisuje na načine koji odudaraju od teorije Velike eksplozije (tzv. inflacioni model). Problemi koje smo pomenuli su, u okvirima inflacionog modela, rešeni ali su se pojavili mnogi novi. Prvobitni inflacioni model, koji je datirao iz 1981., zamenjen je novim, ali on nailazi na probleme vezane za objašnjavanje nastanka galaksija. Istraživanja se nastavljaju.

Materija je u Vasioni raspoređena u grupama galaksija, što se vidi u pojavi zakrivljenosti. U unutrašnjosti pojedinačnih grupa kosmološko širenje je usporeno. Slika Svemira kao balona koji se širi, koju smo koristili u našem izlaganju, mora da pokazuje lokalne nepravilnosti. Gravitacioni kolaps zvezde u crnu rupu može se shvatiti kao lokalna varijanta „velikog loma".

Kosmičko širenje treba shvatiti kao opštu osobinu Vasione, u razmerama među-galaktičkih daljina, a ne u okvirima pojedinačnih galaksija ili planetarnih sistema. U granicama jedne galaksije svi fenomeni se odvijaju skoro bez ikakvog uticaja širenja Vasione.

Kada god pogledamo u nebo vidimo sve dalje i dalje galaksije. Vidimo ih onakvim kakve su bile u prošlosti. Naša posmatranja se odnose na jedan trenutak u istoriji Svemira. Posmatrajući objekte sa rastućim vrednostima z, najpre ih vidimo kako se udaljavaju od nas, a daljine im iznose zc/H. Pri daljem porastu vrednosti z sve više se približavamo trenutku Velike eksplozije i periodu kada je radius Svemira bio mnogo manji nego danas. Kada bi mogli da posmatramo objekte sa $z = \infty$ videli bi i trenutak početka širenja. Na žalost, dostupna nam je samo oblast do $z = 1000$; na toj vrednosti z vidimo pozadinsko zračenje. Za proširenje opsega posmatranja bili bi nam potrebni neutrini danas nemerljivo male energije.

6. IZA RELATIVNOSTI

Opšta teorija relativnosti se pokazala tako uspešnom da je Ajnštajn ubrzo počeo da priprema sledeći korak — objedinjavanje gravitacije i elektromagnetizma u jedinstvenu teoriju. Na žalost, njegovi pokušaji nisu uspeli. Tek nedavno, zahvaljujući radovima Š. Glešoua, A. Salama i S. Vajnberga *(S. Glashow, A. Salam, S. Weinberg)*, nađena je objedinjena teorija koja uspešno opisuje elektromagnetne i tzv. slabe interakcije. Definitivna eksperimentalna potvrda njihove teorije data je 1983. kada su otkrivene čestice koje prenose elektro-slabu interakciju. Teorije gravitacije mogu se grubo klasifikovati na sledeći način:

I) *Nerelativističke teorije* kao što je Njutnova teorija gravitacije i njena kasnija uopštenja. Ovaj pravac istraživanja je danas praktično potpuno zanemaren.

II) *Teorije sa nesimetričnim metričkim tenzorom.* U ovim teorijama — ugao između vektora a i b nije isti kao između vektora b i a. Razlika zavisi od jačine elektro-magnetnog polja. Ajnštajn je primenjivao ovakve teorije u svojim poslednjim pokušajima, ali su danas one zanemarene.

III) *Teleparalelizam.* Ovo je nov pristup problemu, u kome paralelno pomeranje ne rotira vektor već ga pomera. Umesto zakrivljenosti uvodi se torzija. Kao što je zakrivljenost „rotacija jedinične površine", torzija se može shvatiti kao „pomeranje jedinične površine". Teleparalelizam danas ima sledbenika, a koristio ga je i Ajnštajn.

IV) *Teorije u više dimenzija*. Već tridesetih godina Kaluza i Klajn *(Klein)* su predložili teoriju gravitacije u pet dimenzija, koja je poslužila kao polazna osnova za mnoge teoretičarske radove. Danas je ovakav pristup istraživanju poznat pod nazivom „dimenziona redukcija". Osnovna predpostavka teorija u više dimenzija je da pored uobičajene tri prostorne dimenzije postoje dodatne, tako da prostor-vreme može u njima imati čak i 11 dimenzija.

Međutim, peta i sve ostale dodatne dimenzije su dosta čudne, pošto se inače ne bi razlikovale od ostalih. Kaluza i Klajn su smatrali da je prostor-vreme sličan cilindru u kome su četiri uobičajene dimenzije upravljene po dužini cilindra, a peta duž obima osnove. Pokazuje se da je obim osnove veoma mali — reda veličine Plankove dužine $L = \sqrt{\hbar G/c^3} \sim 10^{-33}$ cm. Usled toga i ne možemo da udemo u petu dimenziju. Interesantno je da je Plankova dužina jednaka Komptonovoj dužini i Švarcšildovom radijusu iste mase $M = \sqrt{c\hbar/G} = 10^{-5}$ g.

Opisani izbor geometrije prostor-vremena može se motivisati sledećim razlozima. Materijalna tačka ima komponentu impulsa duž svake dimenzije prostor-vremena; vremenska komponenta odgovara klasičnoj energiji čestice. Ako živimo u pet dimenzija, znači da postoji i komponenta impulsa koja opisuje stanje kretanja čestice u toj dimenziji. Ideja Klajna i Kaluze je da tu komponentu treba interpretirati kao naelektrisanje čestice. Kvantna priroda naelektrisanja se onda može lako objasniti time što obim osnove ranije pomenutog cilindra ima diskretne vrednosti. To je kvantno-mehanički efekat.

Svaka kvantna čestica, koja je ograničena na konačnu zapreminu, ima strogo određene moguće načine kretanja. Ako predpostavimo da peta dimenzija zaista ima oblik cilindra, kao što smo ranije opisali, možemo da uvedemo takav način opisivanja prostor-vremena u Ajnštajnove jednačine gravitacionog polja. Dobićemo komponente gravitacionog polja i u petoj dimenziji, koje će zavisiti od stanja kretanja čestice duž pete dimenzije, tj. od njihovog naelektrisanja. Komponente gravitacionog polja u petoj dimenziji mogu se shvatiti kao komponente elektro-magnetnog polja. Veliki uspeh Klajna i Kaluze bio je u tome što su uspeli da pokažu da se dejstvo u pet dimenzija, napisano kao dejstvo u obične četiri plus dejstvo u petoj dimenziji, raspada na standardne izraze za dejstvo u Ajnštajnovoj teoriji gravitacije i elektrodinamici. Teorija ima osobine koje bi vredelo razvijati, ali su, isto tako, poznate i mnoge loše strane.

Na primer, za opisivanje slabih i ostalih negravitacionih interakcija potrebno je uvođenje dodatnih dimenzija. Nema ničeg katastrofalnog u uvođenju mnoštva dimenzija; danas se često pominje broj od sedam „novih" dimenzija, pošto se u takvim teorijama pojavljuje niz interesantnih poklapanja između predviđanja teorije i posmatranja. Matematički formalizam je podjednako težak kao i u standardnom Ajnštajnovom pristupu. Peta dimenzija bi se eksperimentalno mogla ispitivati korišćenjem čestica dovoljno velikih energija. Na žalost, potrebne vrednosti energija su mnogo veće od mogućnosti postojećih akceleratora, uključujući i našu galaksiju.

*

Crteže u ovoj publikaciji uradili su T. Faberže *(T. Fabergé)* i Ž. Boiksader *(G. Boixader)*, na čemu im se srdačno zahvaljujem.

AN ELEMENTARY COURSE ON GENERAL RELATIVITY

This is a translation into serbocroat of the CERN yellow report 83—09.

НОВОСТИ И БЕЛЕШКЕ

ИМА ЛИ СЛОБОДНИХ КВАРКОВА?

У експериментима са расејањем млазева електрона на протонима, вршеним шездесетих година у лабораторији SLAC у Калифорнији, утврђено је да протони нису просте честице. Састојци протона (касније је установљено да они постоје и у другим тешким честицама, тзв. хадронима) који су тада откривени, добили су назив кваркови. Њихово постојање је данас опште прихваћено, и постоји теорија (квантна хромодинамика) која добро описује феномене у којима учествују кваркови.

Међутим, за кваркове је везана и једна, на први поглед нелогична чињеница. Они никада, ни у једној лабораторији, нису виђени у слободном стању. Једино познато стање кваркова је оно у коме су везани јаким силама у унутрашњости хадрона.

Пошто у физици елементарних честица не постоји никакав закон који би забрањивао постојање слободних кваркова, када год постане доступан неки нов акцелератор са великим енергијама, научници покушавају да их пронађу. Најновији такав покушај извршила је група UA2 из CERN-а, на акцелератору SPS. У овој машини протона и антисударају снопови протона и антипротона, при чему сваки сноп има енергију од 270 GeV. Експерименти су вршени 1982, али прво саопштење о анализи података је објављено тек марта ове године. Тражени су кваркови са наелектрисањима 1/3 и 2/3 наелектрисања електрона (разломљено наелектрисање је једна од основних особина кваркова). Експериментални „знак" постојања слободних кваркова за којим се трагало, било је појављивање честица које изазивају аномално малу јонизацију средине у детекторима. И ако је анализирано неколико десетина, односно неколико стотина хиљада догађаја (постојала су два критеријума по којима су догађаји анализирани) није нађен ни један који би се могао приписати проласку слободног кварка кроз инструменте.

На основу тога израчуната је горња граница вероватноће стварања слободних кваркова у сударима протона и антипротона. Уз претпоставку да су масе кваркова мале, настаје $2{,}8.10^{-4}$ кваркова наелекрисања 1/3 при стварању једне честице наелектрисања 1. За кваркове наелектрисања 2/3 ова граница је нешто већа и износи $5{,}6.10^{-3}$

Овај резултат би могао да буде значајан за космологију. Наиме, сматра се да је Свемир у једној етапи свог развоја представљао мешавину кваркова и лаких честица. На одређеној вредности температуре кваркови су формирали везана стања, чиме су настале данашње тешке честице. Резултат групе UA2 могао би помоћи у тачнијем одређивању те температуре.

CERN-EP/85—42 28. март 1985.

В.Ч.

MRKI PATULJAK

Veoma slab objekat LHS 2924, koji se nalazi svega 28 svetlosnih godina daleko od nas, možda predstavlja prvog predstavnika klase »mrkih patuljaka«-gasovitih lopti veličine planeta, čije gravitaciono sažimanje pruža dovoljno toplote da ga čini jedva vidljivim ali čija je masa nedovoljno velika da bi se odvijale termonuklearne reakcije. Maksimum zračenja mrkog patuljka se očekuje u infracrvenom delu spektra, a što je upravo u slučaju LHS 2924 nađeno. LHS 2924 je najhladnije i najmanje sjajno telo koje smo do sada uspeli da zapazimo van Sunčevog sistema. Temperatura mu je svega oko 1950 K.

Otkriće takve vrste tela može pomoći u traženju odgovora na pitanje da li će se vasiona večno širiti. Naime, ako se nađe da je gustina materije veća no što danas sledi iz ukupne mase sjajnih objekata, i to veća u dovoljnoj meri da zaustavi širenje vasioni, hipoteza o večnom širenju će biti odbačena. Možda mrki patuljci znatno doprinose ukupnoj masi.

Prema Scientific American,
juli 1984.

J. Milogradov-Turin

GALAKTIČKI DIPOL

Vešto kombinujući teleskope u VLA jedna grupa američkih naučnika je uspela da otkrije postojanje velikog vlakna koje izlazi iz Sag A, radio sjajnog složenog objekta u središtu naše Galaksije. Polarizacija tog vlakna je takva da ukazuje na postojanje dipolnog magnetnog polja Galaksije. Veoma je verovatno da je i ono sličnog porekla kao i magnetni dipoli zvezda i planeta. Buduća istraživanja treba da pokažu da li takvu osobinu imaju i druge galaksije.

Prema Scientific American, oktobar 1984,

NOVI POGLED NA EVOLUCIJU GALAKSIJA

Dr Stanislav Đorgovski, diplomirani student astrofizike Beogradskog univerziteta, koji je nedavno doktorirao na Univerzitetu u Berkliju, Kaliforniјa, pružio je na poslednjem sastanku Američkog astronomskog društva posmatračku podršku hipotezi o, postepenom stvaranju zvezda u galaksijama. Izgleda da se u prvoj milijardi godina postojanja galaksija samo polovina gasa i prašine kondenzuje u zvezde. Približno polovina preostalog materijala se kondenzuje u zvezde tokom milijarde godina, jatim polovinu opet u sledećoj, itd. Stanislav Đorgovski i njegov rukovodilac Hajron Spinard su spektroskopski izučili najdalju dosad poznatu galaksiju, koju su oni i otkrili, kao i 12 drugih veoma dalekih džinovskih eliptičnih galaksija. Njihov nalaz je da ovi sistemi, na granici vidljivog svemira, sadrže zvezde koje su plave i stoga mlade.

Prema Sky and Telescope, june 1985

J. Milogradov-Turin

NAJSJAJNIJI KVAZAR

Objekat sa oznakom S5 0014+81 u severnom delu sazvežđa Cefej je najsjajniji do sada otkriveni kvazar. Njegov crveni pomak iznosi $z = 3{,}4$, što znači da su njegove linije u spektru pomerene ka dužim talasima za čak 340% u odnosu na laboratorijske vrednosti! Na primer, jaka Lα linija atomskog vodonika, koja se normalno nalazi u dalekom ultraljubičastom delu spektra, na 122 nm, primećena je kod ovog kvazara u vidljivoj zelenoj oblasti, na 535 nm.

Veliki crveni pomak podrazumeva i veliku udaljenost izvora. Odgovarajuća radijalna brzina udaljavanja iznosi 90% brzine svetlosti, a rastojanje na osnovu Hablovog zakona (uzimajući za Hablovu konstantu vrednost $H = 50 \frac{km}{s\ Mpc}$) dostiže preko 10 milijardi svetlosnih godina. Znajući pri tome i prividnu zvezdanu veličinu ovog objekta, koja iznosi $16^m{,}5$, apsolutni sjaj se procenjuje na -33^m, što je daleko sjajnije od bilo kog poznatog kvazara. Naš sopstveni Mlečni Put, kao tipična velika spiralna galaksija, ima apsolutnu magnitudu od svega -21^m. Kvazar S5 0014+81 premašuje to više nego 60 000 puta! Čak i da usvojimo umereniju procenu Hablove konstante, apsolutni sjaj ovog neobičnog izvora i dalje je izuzetno veliki i problem njegovog objašnjenja se time ne bi bitnije umanjio.

Zahvaljujući obilju zračenja koje nam šalje, ovaj kvazar se dosta lako proučava, što će sigurno unaprediti naša znanja o kvazarima uopšte.

Prema Sky and Telescope, jul 1984

Jovan Skuljan

Slika na IV strani korica:

Andromedina maglina (M31) vidi se i golim okom kao objekat zvezdane veličine 3,5. Masa ove spiralne galaksije iznosi oko 400 milijardi Sunčevih masa, a rastojanje oko 2,2 miliona svetlosnih godina.

Njeni pratioci su M32 (na samoj ivici Andromedine magline) i NGC 205. Oni zajedno sa Mlečnim Putem i M31 pripadaju lokalnoj grupi galaksija. Snimak opservatorije »K. Švarcšild« u Tautenburgu, DDR, načinjen teleskopom otvora 2m.

Kompjuterski model izvora x-zračenja Herkul X-1, udaljenog oko 16 hiljuda svetlosnih godina. Oko plavog džina-zvezda HZ Her (levo) obrće se neutronska zvezda sa periodom 1,7 dana. U svakom periodu oko 6 h x-zračenje »nedostaje«, što govori u prilog tezi da je tada neutronska zvezda zaklonjena većom zvezdom. X-zraci dolaze iz oblasti širine 40 km. Tanak disk oko neutronske zvezde predstavlja gas koji sa veće zvezde struji ka manjoj. (Autor: Viljem Pridhorski, Astronomy, Jan. 1985.)